Traitement du Signal

Examen seconde session (Durée : 1h45)

Cours et TDs autorisés

Exercice 1 (tracé de fonctions):

Soit les deux fonctions h(t) et g(t) suivantes :

$$h(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \, \delta(t - 2k)$$

$$g(t) = Cos\left(\frac{\pi}{2} t\right)$$

(1) Tracer les fonctions h(t) pour k= -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3

(2) Tracer la fonction z(t)= h(t) x g(t). [z(t) est égale à h(t) multipliée par g(t)]

Exercice 2 (propriétés d'un système):

Soit un système physique, à temps continu, décrit par la relation suivante entre son entrée x(t) et sa sortie y(t) : $y(t) = x^2(t) + \int_{-\infty}^{t} x(\tau)\, d\tau$

1. Tracer la réponse de ce système (y(t)) à une entrée x(t) sous forme d'un échelon unitaire ($x(t) = u(t)$)
2. S'agit-il d'un système linéaire ou non linéaire (justifiez votre réponse)?
3. S'agit-il d'un système stable ou instable (justifiez votre réponse)?

Exercice 3 (étude d'un système numérique):

Soit le système numérique, causal, linéaire et invariant dans le temps donné par l'équation de récurrence suivante :

$$y(n) = x(n) + 0.5\,x(n-1) + 0.2\,y(n-1)$$

Où x(n) est l'entrée et y(n) est la sortie (réponse du système)

(1) Trouver la fonction de transfert H(z) de ce système
(2) Trouver les pôles et les zéros de ce système
(3) Ce système est-il stable (justifiez votre réponse) ?
(4) On applique à l'entrée de ce système le signal x(n) donné par :

$$x(n) = 2.\left(\frac{1}{3}\right)^n u(n)$$; où u(n) est l'échelon unitaire

Donner X(z) = TZ(x(n)) et sa Région De Convergence (RDC).

(5) Trouver Y(z) puis y(n), la réponse du système à l'entrée x(n) de la question 4. Pour cela, décomposez Y(z) en fractions simples.

Rappel : $x(n) = (a)^n u(n) \xrightarrow{TZ} X(z) = \dfrac{z}{z-a}$; $|z| > |a|$