

Session 1

EPREUVE :

Examen Synthèse d'Image janvier 2024

Durée : 1h30

*Seul document autorisé : une feuille A4 recto-verso manuscrite.
 Les exercices peuvent être traités indépendamment les uns des autres.
 Le barème est donné à titre indicatif.*

N° d'anonymat :

Partie A : Cours (environ 5 points) Écrire la réponse dans les cadres.

Question 1 :

A quelle transformation correspond la matrice ci-contre. Préciser ses paramètres.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Question 2 :

A quelle transformation correspond la matrice ci-contre. Préciser ses paramètres.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Question 3 :

Compléter l'affichage obtenu en exécutant le code suivant.

Code	Affichage
<pre>class Point{ public: double x,y,z; }; void dessin(){ Point V[7]; glColor3f(0.0,0.0,1.0); glBegin(GL_LINES); for(int i=0;i<7;i++) glVertex3f(V[i].x,V[i].y,V[i].z); glEnd(); }</pre>	

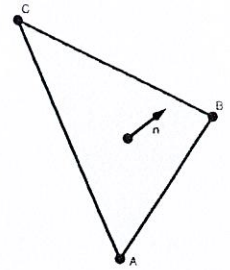
Question 4 :

Compléter l'affichage obtenu en exécutant le code suivant.

Code	Affichage
<pre>glEnable(GL_TEXTURE_2D); glBegin(GL_QUADS); glTexCoord2f(1/2, 0); glVertex2f(x1,y1); glTexCoord2f(1, 0); glVertex2f(x2,y1); glTexCoord2f(1,1); glVertex2f(x2,y2); glTexCoord2f(1/2,1); glVertex2f(x1,y2); glEnd();</pre>	

Question 5 :

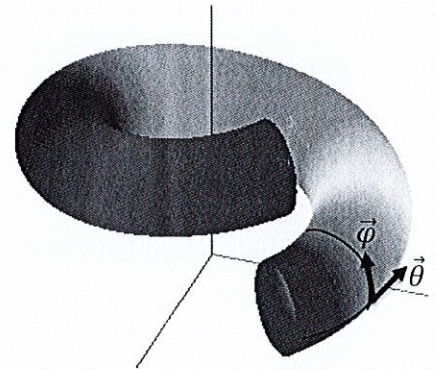
Soit une face ABC avec les coordonnées A(0,-1,0), B(3, 1, 1) et C(0, 2, 3).
 Calculez les coordonnées de la normale.



Partie L : Modélisation de l'hélice à partir de sa représentation paramétrique (environ 10 points)

But : Modéliser sous forme de facettes une hélice de coefficient R=1.8 et r=0.6.

Le nombre de discrétisation de l'hélice dans la direction θ est $N\theta$ et dans la direction φ est $N\varphi$. Toutes les faces de l'hélice sont quadrilatérales.



$$\begin{cases} x(u, v) = (R + r \times \cos(\varphi)) \times \cos(\theta) \\ y(u, v) = (R + r \times \cos(\varphi)) \times \sin(\theta) \\ z(u, v) = r \times \sin(\varphi) + \theta/\pi \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} \theta \in [\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}] \\ \varphi \in [0, 2\pi[\end{cases}$$

✓ Donner la longueur des intervalles de θ et φ .

1. Discrétisation de l'hélice avec $N\theta = 6$ et $N\varphi = 4$.

✓ Compléter les dessins et les parties grisées dans le tableau ci-dessous.

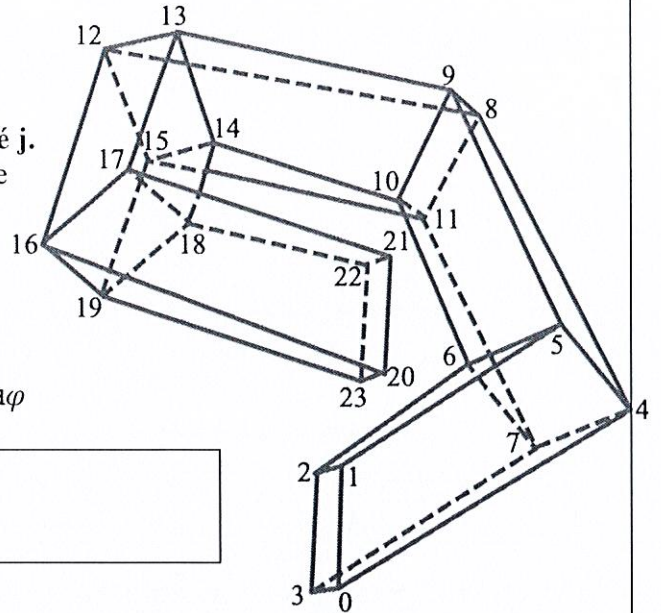
$\theta \in$ 	$N\theta =$ 	$\varphi \in$ 	$N\varphi =$
Placer les bornes de l'intervalles de θ (respectivement φ) sur le cercle trigonométrique gauche (respectivement droit) et dessiner l'arc de cercle correspondant pour θ (respectivement pour φ).			
Placer les points de discrétisation sur l'arc de cercle trigonométrique correspondant pour θ et φ .			
L'intervalle est découpé en parties.		L'intervalle est découpé en parties.	
Donner ci-dessous le nombres de parties de chaque intervalle en fonction de $N\theta$ et $N\varphi$.			
Nombre de parties de $\theta =$ 		Nombre de parties de $\varphi =$ 	

Licence 3 Informatique, Synthèse d'Images janvier 2024,
 Pour $N\theta = 6$ et $N\varphi = 4$, on obtient le maillage ci-contre.
 La numérotation des sommets est donnée.

L'indice de boucle sur φ est noté i et celui sur θ est noté j .

- ✓ Donner le nombre de sommets et de faces de l'hélice en fonction de $N\theta$ et $N\varphi$.

- ✓ En déduire les formules des déplacements $d\theta$ et $d\varphi$ de θ et de φ en fonction de $N\theta$ et de $N\varphi$.



2. Donner la liste des indices de sommets par face dans le tableau ci-après. En déduire une formule des indices de points qui forment une face pour chaque j en fonction de i , $N\theta$ et/ou $N\varphi$.

	Indice face	Indice des sommets par face				Indices des sommets d'une face en fonction de i , $N\theta$ et/ou $N\varphi$	
		Indice 1 ^{er} somme t	Indice 2 nd somme t	Indice 3 ^{ème} somme t	Indice 4 ^{ème} somme t		
<p style="text-align: right;">$j=0$</p>	0	0	4	5	4		
	1						
	2						
	3						
<p style="text-align: right;">$j=1$</p>							
<p style="text-align: right;">$j=2$</p>							

- ✓ En déduire une formule générale pour les indices de sommets par face en fonction de $N\theta$, $N\varphi$, i (indice de boucle sur φ) et j (indice de boucle sur θ).

- ✓ Donner l'indice d'une face en fonction de $N\theta$, $N\varphi$, i (indice de boucle sur φ) et j (indice de boucle sur θ).

3. Écrire une fonction `coord(...)` ayant pour paramètres R , r , et θ et φ et qui retourne un sommet de l'hélice.

```
class Point{
public:
    float x;
    float y;
    float z;
};
```

4. Écrire l'algorithme pour remplir la liste `pHelice` des coordonnées et la liste `fHelice` des indices de sommets en fonction de $N\theta$ et $N\varphi$.

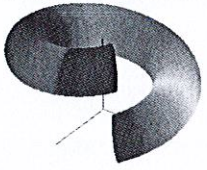
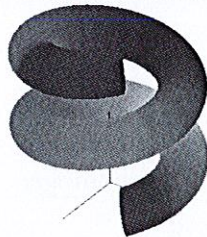
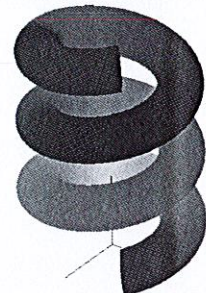
5. Compléter la fonction `helice(...)` permettant de dessiner une hélice de paramètres R, r en précisant $N\theta$ et $N\varphi$.

```
void helice(float R, float r, int Ntheta, int Nphi){
    // ...
}

```

6. Jusqu'à cette question, l'hélice ne fait qu'un tour. Dans cette question, on souhaite que l'hélice fasse plusieurs tours, $N\theta = 200$ et $N\varphi = 50$.

- Remplir le tableau suivant :

1 tour	2 tours	3 tours
		
$\theta \in [\quad]$	$\theta \in [\quad]$	$\theta \in [\quad]$
$d\theta = \quad$	$d\theta = \quad$	$d\theta = \quad$

- Donner l'intervalle de θ et le déplacement $d\theta$ de θ en fonction du nombre de tour.

Partie 2 : Transformations (environ 5 points)

Soit une transformation M composée d'une translation T de vecteur $(1,0,1)$ suivie d'une rotation R d'axe y et d'angle 90° .

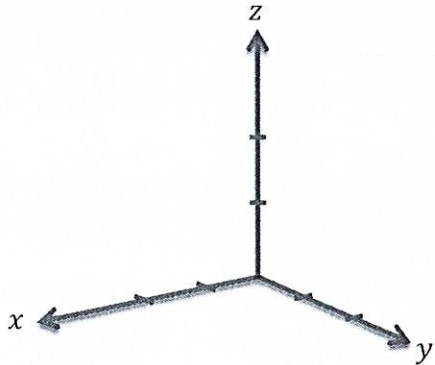
1. Donner l'expression de cette translation et de cette rotation sous la forme de matrices homogènes T et R .

2. Calculer T et R.

3. Donner l'expression de cette transformation sous la forme d'une matrice homogène M en fonction des matrices T et R.

4. Calculer M.

5. Soit P le point de coordonnées (0,1,0,1). Donner les coordonnées du point P' image de P par la transformation M (toujours en coordonnées homogènes).



6. Placer P et P' dans le repère ci-dessus.