UNIVERSITÉ BOURGOGNE FRANCHE-COMTÉ — Année 2023-2024
U.F.R. Sciences et Techniques — 22 décembre 2023
Licence 2^e année - Mention Science de la matière

EPREUVE :
Electromagnétisme - Phys3C

Durée : 1h30 — Documents et calculatrice non autorisés

Indice complexe d'une vapeur atomique

Une onde électromagnétique interagit avec une vapeur atomique. L'onde est une OPPSM de pulsation ω, se propageant suivant $\vec{u}_z$ et polarisée suivant $\vec{u}_x$. En notation complexe, son champ s'écrit

$$\vec{E} = E_0 \exp i(kz - \omega t)\vec{u}_x$$

avec E_0 une constante.

Chaque atome de la vapeur est décrit avec le modèle suivant : les électrons de masse m et de charge e sont liés aux noyaux, supposés fixes. Si $\vec{r}$ représente leur écart par rapport à une situation sans champ, la force de rappel exercée par le coeur (noyau + autres électrons) sur un électron perturbé par le champ est $\vec{F_{\mathrm{r}}} = -m\omega_0^2\vec{r}$, ω_0 étant la pulsation d'absorption de la vapeur. L'électron est par ailleurs soumis à une force de frottement $\vec{F_{\mathrm{f}}} = -m\gamma\frac{d\vec{r}}{dt}$ traduisant son rayonnement où γ est une constante. Il y a N atomes par unité de volume.

La vitesse de l'électron étant petite devant la vitesse de la lumière c, on négligera la force que subissent les électrons due au champ magnétique de l'onde.

1. Partant de la relation fondamentale de la dynamique $m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \sum_i \vec{F_i}$, écrire l'équation du mouvement d'un électron soumis au champ $\vec{E}$.
2. Déduire de l'équation précédente l'expression complexe de $\vec{r}$. Pour ce faire, on cherchera une solution sous la forme $\vec{r} = r_0 \exp i(kz - \omega t)\vec{u}_x$ avec r_0 un terme d'amplitude constant.
3. Connaissant $\vec{r}$, donner l'expression du courant lié $\vec{j}_{\text{lié}} = Ne\frac{d\vec{r}}{dt}$ produit par le déplacement des N électrons de charge e.
4. Ecrire les équations de Maxwell dans le cas général.
5. Le milieu est électriquement neutre ($\rho = 0$), il est non magnétique ($\mu = \mu_0$) et ne possède pas de courant libre ($\vec{j}_{\text{libre}} = 0$). Etablir à l'aide des équations de Maxwell, l'équation de propagation de $\vec{E}$ dans la vapeur atomique.
6. Compte tenu de l'expression de $\vec{j}_{\text{lié}}$ déterminée en (3), déduire de l'équation de propagation la relation de dispersion que l'on mettra sous la forme $k^2 = n^2\frac{\omega^2}{c^2}$, n définissant **l'indice de réfraction complexe** de la vapeur atomique dont on mettra l'expression sous la forme

   $$n^2 = 1 + \frac{\Omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)}.$$

   Donner l'expression de Ω^2 en fonction de N, e, m et ϵ_0 (la constante diélectrique du vide).
7. En écrivant l'indice complexe sous la forme $n = n' + in''$, avec n' et n'' les parties réelle et imaginaire de n qui seront déterminées question suivante, donner l'expression du champ $\vec{E}$ dans la vapeur. En déduire l'effet physique produit par les termes n' et n''.[1]

1. La questions 7 peut se traiter indépendamment des questions précédentes.

8. Partant de l'équation de Maxwell-Faraday, déterminer l'expression du champ magnétique $\vec{B}$.

9. Calculer la moyenne temporelle du vecteur de Poynting $\vec{P} = \frac{Re(\vec{E}) \times Re(\vec{B})}{\mu_0}$ (avec $\times$ représentant un produit vectoriel et Re la partie réelle des champs complexes).

10. En déduire la distance δ sur laquelle la puissance de l'onde est divisée par $\exp(1)$. Exprimer celle-ci en fonction de c, n'' et ω.