

1) Dessiner le portrait de phase et donner une classification de tous les types d'orbites possibles pour les systèmes décrits par les Hamiltoniens suivants :

(a) $H = p^2/(2m) + x^2 - x^4$.

(b) $H = p^2/(2m) - x^2$.

(c) $H = p^2/(2m) - x^2 + x^6$.

(d) $H = p^2/(2m) + (1 - \cos(x))^2$.

(e) Définir les concepts suivants : (i) point d'équilibre stable, (ii) point d'équilibre instable, (iii) séparatrice.

(f) Donner la classification de tous les types de trajectoires possibles dans un système Hamiltonien à un degré de liberté de la forme énergie cinétique plus énergie potentielle.

2) (a) Montrer que pour un système Hamiltonien l'énergie est toujours conservée.

(b) On considère le mouvement d'une masse m soumise à une force de rappel harmonique, décrit par l'Hamiltonien $H = \frac{\vec{p}^2}{2m} - \gamma|\vec{x}|^2$, où \vec{x} est la position, \vec{p} l'impulsion, et γ une constante. Montrer que la composante $L_3 = x_1p_2 - x_2p_1$ du moment cinétique est une quantité conservée.

Indication : Utiliser les crochets de Poisson définis pour deux fonctions $A(\vec{p}, \vec{x})$ et $B(\vec{p}, \vec{x})$ quelconques par

$$\{A, B\} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial A}{\partial p_j} \frac{\partial B}{\partial x_j} - \frac{\partial B}{\partial p_j} \frac{\partial A}{\partial x_j}.$$

3) Répondre aux questions suivantes :

(a) Décrire l'expérience de Michelson et Morley et l'interprétation des résultats observés.

(b) Formuler les postulats de la théorie de la relativité restreinte.

(c) Qu'est-ce qu'une transformation de Galilée ? et une transformation de Lorentz ?

(d) Décrire la notion de temps propre et de dilatation du temps.

(e) Décrire la notion de longueur propre et de contraction de l'espace.

(f) Décrire la relation entre la variation de masse et l'énergie cinétique produite lors d'une réaction nucléaire.

(g) Comment se transforme le quadrivecteur impulsion-énergie par rapport à un changement entre deux repères inertiels ?

4) Montrer que pour deux événements séparés par un intervalle de type temps il existe un référentiel dans lequel ils ont lieu à la même position.

5) On considère deux trains de longueur propre L identique qui sont sur deux voies adjacentes. Le premier, noté T , est au repos par rapport à la gare et le deuxième, noté T' , se déplace avec vitesse constante v par rapport à la gare. On note par T et Q la tête et la queue du premier train et par T' et Q' celles du deuxième.

Ecrire les coordonnées d'espace et de temps dans les repères \mathcal{R} de la gare et \mathcal{R}' du deuxième train les événements suivants et établir les relations entre ces coordonnées :

a) E_1 : T' passe à côté de Q

b) E_2 : T' passe à côté de T

c) E_3 : Q' passe à côté de T .

d) Déterminer les intervalles de temps entre les événements E_1 et E_2 mesurés depuis \mathcal{R} et \mathcal{R}' . Quelle est la relation entre ces deux mesures de temps ? e) Quelle est la longueur de T mesurée depuis le train T' ?