Université de Bourgogne
L2 MaPC3A 2023/24

Contrôle de rattrapage

18 juin 2024 ; durée : 2 h

Ex 1. **Questions de cours.** Soit E un espace euclidien.

a) Donner la définition d'une application linéaire **orthogonale**,

b) Montrer que pour toute application linéaire orthogonale $\mathcal{U}^{-1} = \mathcal{U}^t$,

c) Montrer que $\det \mathcal{U} = \pm 1$.

Ex 2. Soit $E = \mathbb{R}^3$. Trouver la matrice de la reflexion par rapport au plan d'équation

$$x_1 + x_2 - x_3 = 0$$

.

Ex 3. Calculer la divergence et le rotationnel du champ de vecteurs $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ suivant

$$F(\mathbf{x}) = \mathbf{a} \wedge (\mathbf{x} \wedge (\mathbf{x} \wedge \mathbf{a})),$$

où $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^3$.

Ex 4. Déterminer les points critiques de la fonction $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ suivante

$$f(x, y) = 3x^3 + 2y^3 + 3xy^2 - x,$$

et préciser pour chacun d'eux s'il s'agit d'un maximum local, d'un minimum local ou d'un point selle

Ex 5. Calculer l'intégrale

$$\int\int_D (x + y)\, dxdy,$$

où D est la partie bornée du plan délimitée par les droites d'équation :

$$y = 1; \quad 3y = x; \quad y = x.$$