

Session 2

2 heures

L'usage de tout document est interdit. Le seul dispositif électronique autorisé est la calculatrice non programmable.

Exercice 1

On considère les nombres complexes

$$z_1 = 1 + i, \quad z_2 = -\sqrt{3} - i, \quad z_3 = 1 - i, \quad z_4 = -1 - i, \quad Z_1 = \frac{z_2 - z_3}{z_1 - z_3} \quad \text{et} \quad Z_2 = \frac{z_4 - z_3}{z_2 - z_3}.$$

1. Calculer le module et un argument de z_1, z_2, z_3 et z_4 .
2. Donner la partie réelle et la partie imaginaire de Z_1 et Z_2 .
3. On désigne par A, B, C et D les points d'affixes respectives z_1, z_2, z_3 et z_4 . Dédurre de la question précédente que le triangle ACD est rectangle en C et que les points B, C et D sont alignés.

Exercice 2

Soit la courbe paramétrée (\mathcal{C}) définie pour tout $t \in [0, \pi/2]$ par : $M(t) \begin{cases} x(t) = \sin(2t) \\ y(t) = \sin(3t). \end{cases}$

1. Calculer $x'(t)$ et $y'(t)$.
2. Montrer que tous les points de (\mathcal{C}) sont réguliers.
3. Déterminer les points où la tangente est horizontale et les points où la tangente est verticale.

Exercice 3

1. Calculer les primitives :

(a) $\int \frac{x-2}{x^2+5x-6} dx$ (indication : On commencera par chercher deux nombres réels a et b tels que $\frac{x-2}{x^2+5x-6} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+6}$).

(b) $\int \frac{x+1}{x^2+2x+5} dx$.

2. Déterminer la solution générale de l'équation différentielle

$$(E) \quad (x^2 + 2x + 5)y' - (x + 1)y = 0.$$