L2 Parcours Informatique Électronique
MaIE3A- Mathématiques
Année universitaire 2023/2024

Contrôle Terminal

2 heures

L'usage de tout document est interdit. Le seul dispositif électronique autorisé est la calculatrice **non programmable**.

Exercice 1

Soit la courbe paramétrée définie par : $M(t) \begin{cases} x(t) = t^2 + \frac{1}{t^2} \\ y(t) = t^2 + \frac{2}{t}. \end{cases}$

1. Calculer $x'(t)$ et $y'(t)$.
2. Déterminer le point stationnaire $M(t_0)$.
3. Dessiner l'allure de la courbe en $M(t_0)$ en précisant le sens de déplacement. (On pourra poser $h = t - t_0$ et faire un développement limité de $x(t)$ et $y(t)$ en $t = t_0$ à l'ordre 3.)

Exercice 2

1. Calculer les primitives suivantes :
   (a) $\displaystyle\int \frac{1}{4+x^2}dx$;
   (b) $\displaystyle\int \frac{1}{x^3 - x^2 + 4x - 4}dx$
2. Calculer les intégrales suivantes :
   (a) $\displaystyle\int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \frac{\sin(x)}{1+\cos^2(x)}dx$ (on pourra poser $u = \cos(x)$)
   (b) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-2x}\sin(x)dx$
3. Calculer l'aire de la portion du plan comprise entre la courbe representative $(\mathcal{C}_f)$ de la fonction $f(x) = \sqrt{x}$, la droite $(\mathcal{D})$ d'équation $y = x - 2$ et l'axe des abscisses. (On pourra faire une représentation graphique, chercher les points d'intersections de la droite $(\mathcal{D})$ avec l'axe des abscisses et avec la courbe de f et enfin observer qu'on peut scinder cette portion du plan en deux sous domaines).

Exercice 3

On considère l'équation différentielle (E) : $y'' + y' - 6y = (2x^2 - x + 1)e^x$.

1. Déterminer les solutions y_0 de l'équation homogène (E_0) associée à (E).
2. Déterminer une solution particulière y_p de (E) de la forme $y_p(x) = Q(x)e^x$, où Q est une fonction à chercher.
3. Déterminer les solutions générales de (E).
4. Déterminer la solution de (E) vérifiant $y'(0) = 0$ et $y(0) = 0$.