Lundi 16 Mai 2022 : Durée 1h30 Épreuve de VHDL, L3 SPI

Dans cet exercice on cherche à concevoir une machine différentielle sur un FPGA, c'est à dire un ordinateur permettant de tabuler une fonction polynomiale. Cette machine est basée sur un algorithme aux différences de Newton permettant d'éviter l'utilisation des multiplications.

Soit la Fonction polynomiale du deuxième degré avec $n \epsilon N$: $f(n)$

$$f_2(n) = a_2 n^2 + a_1 n + a_0 \qquad (1)$$

On va appliquer la méthode dite du boulet de canon (ou algorithme aux différences de Newton) qui consiste à déterminer la position suivante grâce à la position actuelle.

On calcule $f(n) - f(n-1) = 2.a_2.n + a_1 - a_2$
Avec $f(0) = a_0$

Ce procédé peut être aussi appliqué au terme $2.a_2.n + a_1 - a_2$
On pose $g(n) = 2.a_2.n + a_1 - a_2$
On calcule $g(n) - g(n-1) = 2.a_2$
Avec $g(1) = a_1 + a_2$

$f(n)$ peut être exprimée récursivement par l'équation suivante :

$$f(n) = \begin{Bmatrix} a_0 \; si \; n = 0 \\ f(n-1) + g(n) \; si \; n > 0 \end{Bmatrix} \qquad (2)$$

et $g(n)$ peut être exprimée récursivement par l'équation suivante :

$$g(n) = \begin{Bmatrix} a_1 + a_2 \; si \; n = 1 \\ g(n-1) + 2.a_2 \; si \; n > 1 \end{Bmatrix} \qquad (3)$$

n est un std_logic_vector(7 downto 0)
On prendra pour cet exercice : $a_2 = 1$
$a_1 = 2$
$a_0 = 0$

Question :

Utiliser une mémoire pour enregistrer les valeurs des coefficients
type RAM is array (0 to 2) of STD_LOGIC_VECTOR (7 downto 0);
signal a : RAM;

1. Sur combien de bit doit être la sortie ?

2. Réaliser un composant VHDL qui calcul la valeur de la fonction $f(n)$ pour un n donné. On utilisera l'équation 1 et la multiplication classique.

3. A partir des équations 2 et 3 réaliser le composant VHDL qui calcule la valeur de la fonction $f(n)$ point par point en partant de n=0
On utilisera seulement l'addition classique.

4. Utilisez un spartan6 -3
Quel est la vitesse maximale pour la question 2 et question 3
Pour quelle valeur de n les deux techniques se retrouvent.