CT – 04 mai 2022 - Thermodynamique

Les 2 exercices sont indépendants

Exercice 1 : Calcul différentiel

Un gaz est défini par l'équation d'état suivante : $(P+\frac{n^2a}{V^2})V = nRT$ avec

P la pression exercée par les constituants du gaz, V le volume de l'enceinte occupé par le gaz,
T la température absolue du gaz, n le nombre de moles contenu dans l'enceinte.
Le paramètre a est un coefficient caractéristique du gaz étudié.

Les expressions des échanges infinitésimaux de chaleur pour ce gaz s'écrivent en fonctions des couples de variables respectifs (T, V) et (T, P) sous la forme :

$$\delta Q = C_V\,dT + \ell\,dV \quad \text{ou} \quad \delta Q = C_P\,dT + h\,dP$$

Les relations de Clapeyron permettant de calculer les coefficients calorimétriques ℓ et h sont :

$$\ell = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \quad \text{et} \quad h = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P.$$

1) Donner l'unité du coefficient a dans le système international. Que représente le coefficient $\frac{n^2a}{V^2}$ physiquement ?

2) Donner les expressions de ℓ et h pour ce gaz. On pourra utiliser la relation
$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P}$$

3) En supposant que le travail échangé par le système est uniquement lié aux forces de pression extérieure et que les différentes transformations sont quasi-statique.

   a) Exprimer la différentielle de l'énergie interne en fonction des variables T et V.

   b) En déduire, que pour ce gaz, la capacité thermique C_V n'est fonction que de la température. On utilisera la définition de la différentielle de U en fonction de T et de V

   c) Montrer que si C_V est une constante, l'énergie interne s'exprime sous la forme : $U(T,V) = C_V T - \frac{n^2a}{V}$ en supposant que $U(T = 0, V = \infty) = 0$.

   d) Ce gaz suit-il la 1[ère] loi de Joule ? (Justifier)

…/… T.S.V.P.

Exercice 2 Transformation cyclique

On impose à une mole de gaz parfait diatomique, de capacité thermique à volume constant C_V, les transformations réversibles suivantes :

- une compression isobare (1) de l'état $A(P_1,V_1,T_1)$ à l'état $B(P_2,V_2,T_2)$,
- une compression isotherme (2) de l'état $B(P_2,V_2,T_2)$ à l'état $C(P_3,V_3,T_3)$ avec $\mathbf{V_3 = V_2/5}$,
- une détente isobare (3) de l'état $C(P_3,V_3,T_3)$ à l'état $D(P_4,V_4,T_4)$ avec $\mathbf{T_4 = T_1}$ et
- une détente isotherme (4) de l'état $D(P_4,V_4,T_4)$ à l'état initial $A(P_1,V_1,T_1)$.

Données : $V_1 = 1{,}00\ m^3$, $T_1 = 293$ K, $T_2 = 273$ K, $C_V = 5R/2$ et $R = 8{,}314\ J.mol^{-1}.K^{-1}$.

1) Dessiner l'allure du cycle dans un diagramme de Clapeyron. On matérialisera :
   - les courbes représentatives des isothermes T_1 et T_2 en pointillés,
   - les transformations et leur sens,
   - les variables thermodynamiques (P,V,T) aux différents états thermodynamiques A,B,C et D.

2) Donner l'expression analytique des variables manquantes P_1, V_2, P_3 et V_4 en fonction de T_1, T_2, V_1 et R. Calculer numériquement ces quantités.

3) Calcul des échanges d'énergie. Donner les expressions analytiques des :

   a. des échanges de travaux : W_i et
   b. des échanges de chaleur : Q_i avec i $\in[1,4]$ en fonction de T_1 et T_2.
   c. Calculer numériquement ces quantités. Précisez les signes de ces quantités.
   d. Quelle est la valeur du travail total W_{tot} échangé sur le cycle ? Quelle est la nature du cycle ? Est-ce cohérent avec l'allure du cycle tracé à la question 1 ?

4) Pour ce cycle, on définit le rendement du système par le coefficient ρ qui est le rapport du travail total par le système sur l'ensemble de la chaleur fournie au système :

$$\rho = \frac{-W_{tot}}{Q_{fournie}}$$

   a. Donner l'expression littérale de ρ
   b. Calculer ρ
   c. A quelle condition ρ peut-il se mettre sous la forme

$$\rho = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$
