

**EPREUVE :**  
**Electromagnétisme dans les milieux matériels - Phys3C**  
Durée : 1h30 — Documents et calculatrice non autorisés

**Propagation dans un conducteur métallique**

Une onde plane progressive sinusoïdale monochromatique (OPPSM), de champs  $(\vec{E}_i, \vec{B}_i)$ , de pulsation  $\omega$ , de vecteur d'onde  $\vec{k}_i$ , polarisée rectilignement suivant  $Ox$ , se propage dans le vide dans la direction  $Oz$ . Cette onde arrive sous incidence normale sur la surface plane (d'abscisse  $z = 0$ ) d'un milieu métallique non chargé (conducteur neutre occupant tout l'espace  $z \geq 0$ ) caractérisé par sa conductivité électrique  $\gamma$ . Elle donne ainsi naissance à une onde réfléchi (r) et une onde transmise (t) de même nature et de même pulsation que l'onde incidente (i).

On assimilera les constantes diélectrique et magnétique du métal au cas du vide :

$$\epsilon_0 = 1/(36\pi \times 10^9) \text{ Fm}^{-1} \text{ et } \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ NA}^{-2}.$$

1. Donner l'expression des composantes des champs incidents  $\vec{E}_i$  et  $\vec{B}_i$  en notation complexe dans le repère cartésien  $Oxyz$  (on prendra  $E_{i0}$  et  $B_{i0}$  pour les amplitudes des champs).
2. Tracer dans le repère orthonormé  $Oxyz$  les vecteurs  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{k}$  des ondes incidente, réfléchi et transmise indicées respectivement  $i$ ,  $r$  et  $t$ .
3. Donner l'expression des composantes du champ transmis  $\vec{E}_t$  d'amplitude  $E_{t0}$ , de pulsation  $\omega$  et de vecteur d'onde  $\vec{k}_t$ .
4. Donner les équations de Maxwell que doivent satisfaire les champs transmis  $\vec{E}_t$  et  $\vec{B}_t$  en fonction de la densité de courant de conduction  $\vec{j}$  dans le milieu métallique.
5. Soit  $\vec{j}_D = \epsilon_0 \frac{d\vec{E}_t}{dt}$  le courant de déplacement électrique dans le conducteur. Compte tenu de l'expression de  $\vec{E}_t$  trouvée question 3, déterminer le rapport des modules des deux courants  $|\vec{j}_D|/|\vec{j}|$ . Calculer dans le cas du cuivre ( $\gamma = 0,6 \times 10^8 \text{ } \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$ ) l'ordre de grandeur de ce rapport et en déduire que l'on peut négliger l'un des courants devant l'autre pour des fréquences  $f$  inférieures à  $10^9$  Hz.
6. Déterminer dans ces conditions l'équation de propagation du champ  $\vec{E}_t$  dans le conducteur.
7. A partir de cette équation, trouver la relation de dispersion liant  $k_t$  à  $\mu_0$ ,  $\gamma$  et  $\omega$ . On pose  $k_t = k' - ik''$ , avec  $k'$  et  $k''$  réels. Déterminer les expressions de  $k'$  et  $k''$ . On rappelle que  $\sqrt{-i} = \frac{\sqrt{2}(1-i)}{2}$ .
8. On pose  $\alpha = 1/|k''|$ . Ecrire l'expression de  $\vec{E}_t$  en fonction de  $E_{t0}$ ,  $k'$ ,  $\alpha$ ,  $z$ ,  $t$  et  $\omega$ . Quelle est le nom, la dimension et la signification physique de  $\alpha$  ?
9. Que deviennent les champs réfléchis  $\vec{E}_r$  et  $\vec{B}_r$  et transmis  $\vec{E}_t$  et  $\vec{B}_t$  dans le cas d'un conducteur parfait ?