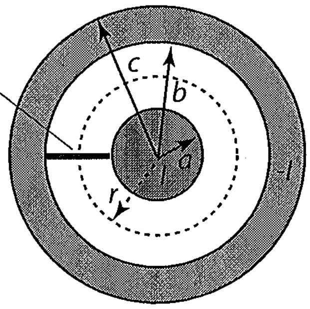
UNIVERSITÉ BOURGOGNE FRANCHE-COMTÉ
U.F.R. Sciences et Techniques
Licence 2e année - Mention Science de la matiére

Année 2021-2022
13 décembre 2021

# EPREUVE :
# Electromagnétisme - Phys3A

Durée : 2h00 — Documents et calculatrice non autorisés

## I Magnétostatique : Inductance mutuelle




Vue en coupe dans un plan perpendiculaire à l'axe $z$

Un câble coaxial **infini** d'axe $\vec{u}_z$ est composé d'une âme métallique cylindrique de rayon $a$ situé à l'intérieur d'un deuxième cylindre coaxial au premier creux de rayon intérieur compris entre $b$ et $c$ composé de la même matière que le premier. Entre les deux cylindres règne le vide.

1. Sachant que les cylindres intérieur et extérieur sont parcourus par des courants $+I$ et $-I$, respectivement, calculer la valeur de la densité volumique de courant $\vec{j} = j\vec{u}_z$ dans le conducteur intérieur $(r \leqslant a)$ et $\vec{j}' = -j'\vec{u}_z$ $(b \leqslant r \leqslant c)$ dans le conducteur extérieur. [1]
2. Énoncer le théorème d'Ampère.
3. Donner les invariances du système.
4. Déterminer les plans de symétrie et d'anti-symétrie.
5. Déterminer le champ magnétique $\vec{B}$ dans l'espace situé entre les deux cylindres $(a < r < b)$, à une distance $r$ de l'axe $z$.
6. Déterminer le champ magnétique dans le conducteur intérieur $(r \leqslant a)$, à une distance $r$ de l'axe $z$.
7. Déterminer le champ magnétique dans le conducteur extérieur $(b \leqslant r \leqslant c)$, à une distance $r$ de l'axe $z$.
8. Déterminer le champ magnétique à l'extérieur du conducteur extérieur pour $r > c$.
9. Calculer le flux $\Phi$ du champ magnétique à travers une surface rectangulaire comprise entre les deux armatures, de longueur $l$ suivant $z$ et de largeur $b - a$ (voir dessin).
10. En déduire directement le coefficient d'auto-induction $L$ par unité de longueur du système en supposant que l'on néglige le flux du champ $\vec{B}$ à l'intérieur des conducteurs.

## II Electromagnétisme : Onde entre deux conducteurs parfaitement conducteurs

1. On rappelle la définition de la densité volumique de courant $I = \int\int \vec{j}\,\vec{dS}$.

Dans le vide, on considère deux plans *parfaitement conducteurs* orthogonaux à l'axe $Oz$ et situés en $z = 0$ et $z = L$. On rappelle que le champ électrique est nul dans un conducteur parfait ($\overrightarrow{E}_{\text{cond}} = \overrightarrow{0}$).

1. Donner les équations de Maxwell dans le vide, en l'absence de charges et de courants.
2. A partir des équations de Maxwell, déterminez l'équation de propagation du champ $\overrightarrow{E}$ dans le vide.
3. On cherche une solution se propageant selon l'axe $Oz$ et dont le champ électrique soit de la forme complexe :
$$\overrightarrow{E} = E_0 g(z) \exp(i\omega t)\ \overrightarrow{u}_x$$
avec $g(z)$ une fonction à déterminer. Partant de l'équation de propagation, déduisez l'équation différentielle à laquelle doit obéir la fonction $g(z)$ et donnez la forme de la solution.
4. A quelles conditions aux limites en $z = 0$ et $z = L$ doit satisfaire le champ $\overrightarrow{E}$ ? Montrez que ces conditions ne peuvent être satisfaites que pour certaines valeurs de $\omega$.
5. Donnez alors l'expression complète du champ $\overrightarrow{E}$. L'onde est-elle propagative ?
6. Déterminer le champ magnétique $\overrightarrow{B}$ associé.