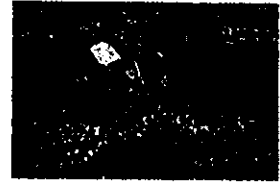
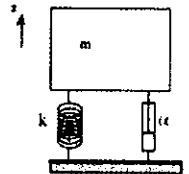


**Exercice 1** – Effondrement d'un immeuble (barème approximatif 8 points)

Le Rana Plaza est un immeuble du faubourg ouest de Dacca, la capitale du Bangladesh, qui s'est effondré le 24 avril 2013, provoquant plus d'un millier de morts. Le drame fut causé par les vibrations provoquées par les machines tournantes assurant la génération d'électricité, installées en haut du toit.

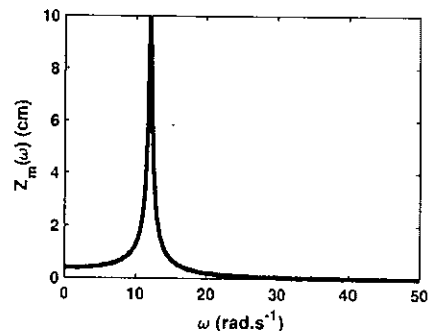


Le toit de l'immeuble est assimilé à un point matériel de masse  $m$ . Le bâtiment est modélisé par un ressort de longueur à vide  $l_0$  et de constante de raideur  $k$ , placé en parallèle avec un amortisseur qui exerce une force de frottement  $\vec{f}_v = -\alpha\vec{v}$  (voir la figure). Les vibrations provoquent l'apparition d'une force supplémentaire de la forme d'excitation sinusoïdale  $\vec{F}_e = F_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$  où  $\omega$  est la pulsation (vitesse angulaire) du moteur.



- Faire trois schémas montrant : le ressort à vide, le ressort avec la masse  $m$  à l'équilibre et le ressort avec la masse  $m$  à un instant quelconque. Représenter les forces agissant sur  $m$ .
- Dans un premier temps, on suppose le moteur à l'arrêt ( $\vec{F}_e = \vec{0}$  et  $\vec{f}_v = \vec{0}$ ). On note  $l_{eq}$  la longueur du ressort à l'équilibre. Exprimer  $l_{eq}$  en fonction de  $l_0$ ,  $k$ ,  $m$  et  $g$  (ne pas la calculer).
- On note  $z(t) = l - l_{eq}$ . Montrer que le mouvement de la masse  $m$  est régie par l'équation différentielle  $\ddot{z} + 2\lambda\dot{z} + \omega_0^2 z = \frac{F_0}{m} \cos \omega t$  où l'on précisera les expressions de  $\omega_0$  et  $\lambda$ . Calculer  $\omega_0$  et  $\lambda$ .

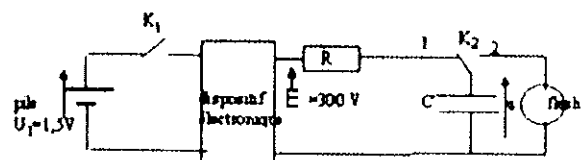
- On étudie dans la suite le régime sinusoïdal forcé à la pulsation  $\omega$ . Utilisons la grandeur complexe  $\underline{z}$  associée à  $z(t) = Z_m \cos(\omega t + \phi)$  :  $\underline{z} = Z_m e^{j(\omega t + \phi)}$ 
  - Exprimer l'amplitude  $Z_m$  des oscillations du mobile.
  - Exprimer et calculer  $Z_{max} = Z_m(\omega_0)$  en fonction de  $F_0$ ,  $\alpha$ ,  $m$  et  $k$ .
  - La courbe ci-contre représente l'amplitude  $Z_m(\omega)$  en fonction de  $\omega$ . Proposez une interprétation de l'effondrement de l'immeuble.



**Données**  $m = 500 \text{ kg}$ ;  $k = 7,20 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ ;  $\alpha = 250 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $F_0 = 300 \text{ N}$ ;  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

**Exercice 2** – Déclenchement d'un flash (barème indicatif 6 pts)

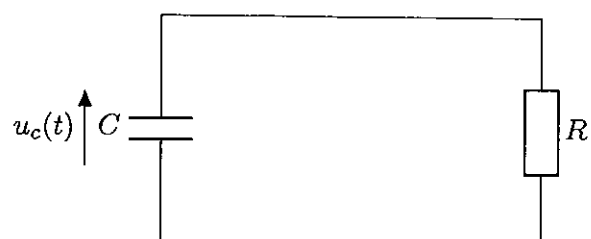
On se propose d'étudier le fonctionnement d'un flash d'appareil photo. Pour obtenir un éclair de puissance lumineuse suffisante on utilise un tube flash qui nécessite pour son amorçage une forte tension (au moins 250 V) pour émettre un éclair très bref.



Pour stocker l'énergie nécessaire au fonctionnement du flash on utilise un condensateur de capacité  $C$ . Ce dernier est chargé à l'aide d'un circuit électronique alimenté par une pile. On étudie ici uniquement la décharge du condensateur qui déclenche le flash, assimilé à une résistance  $R$ .

Le montage est donné ci-contre. Le condensateur est initialement chargé,  $u_c(0) = E$ .

- Représenter le circuit et préciser le sens du courant.
  - Etablir clairement l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u_c(t)$  aux bornes du condensateur.

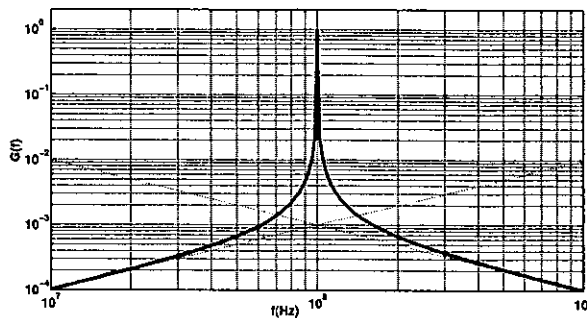
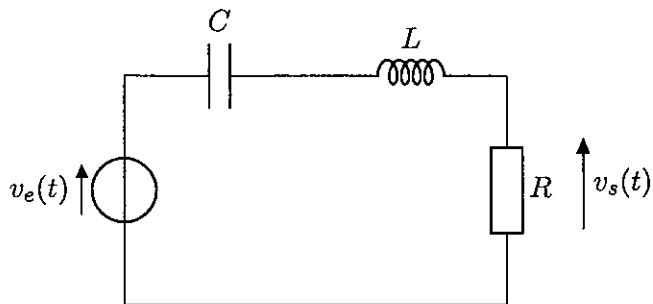


2. a) La tension aux bornes du condensateur s'écrit  $u_c(t) = Ae^{-t/\tau}$  avec  $\tau = RC$ . Déterminer  $A$ . Quelle est la dimension de  $\tau$ ? Calculer  $\tau$ .
- b) Donner l'expression de l'intensité du courant  $i$  dans le circuit.
- c) Exprimer l'énergie dissipée dans le flash (la résistance). La calculer.

**Données**  $R = 10,0 \Omega$ ;  $C = 150 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ ;  $E = 300 \text{ V}$

**Exercice 3 – Filtre d'antenne (barème indicatif 6 pts)**

On relie l'antenne réceptrice à un circuit CLR pour capter une radio. Les électrons libres de l'antenne oscillent au rythme de l'onde captée, un courant sinusoïdal se forme. L'antenne est un générateur de courant. On modélise l'ensemble par le schéma suivant (figure de gauche).



1. a) Exprimer la fonction de transfert complexe  $\underline{H}(j\omega) = \frac{v_s(t)}{v_e(t)}$ . La mettre sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + jQ(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)}$$

En identifiant les deux expressions, montrer que  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  et  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ .  $Q$  est le facteur de qualité du circuit. Calculer  $Q$ .

Dans la suite, on travaille sur la fonction de transfert en fonction de fréquence  $f$

$$\underline{H}(f) = \frac{1}{1 + jQ(f/f_0 - f_0/f)}$$

- b) Rappeler le lien entre  $f$  et  $\omega$ . Donner l'expression de  $f_0$ . Calculer la valeur de la fréquence  $f_0$ .
- c) Le tableau ci-dessous indique les fréquences de quelques radios accessibles sur Dijon. A quelle radio la fréquence obtenue correspond-elle ?

radio	France Inter	RFM	Radio Cultures Dijon	NRJ	France Info	K6 FM
$f$ (MHz)	96,5	99,6	100	100,6	101,2	101,6

2. a) Etablir l'expression du gain en tension  $G(f)$ .
- b) La figure de droite ci-dessus représente le gain en fonction de la fréquence. De quel type de filtre s'agit-il ?
3. Le condensateur est en réalité une capacité variable. Expliquer comment changer la radio captée.

**Données**  $L = 1,10 \mu\text{H}$ ;  $C = 2,30 \text{ pF}$ ;  $R = 0,700 \Omega$

A rendre avec votre copie

NOM :

Prénom:

**Exercice 4** – Champ électrostatique (barème indicatif 3 pts)

On souhaite établir la forme du champ électrique  $\vec{E}(M)$  à proximité d'un fil vertical infini, portant une charge linéique  $\lambda$ . Dans le repère cylindrique  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ .

1. Les propriétés d'invariance imposent la forme suivante :

- $\vec{E}(M) = \vec{E}(r, z)$
- $\vec{E}(M) = \vec{E}(z)$
- $\vec{E}(M) = \vec{E}(r)$

2. Les propriétés de symétrie imposent la forme suivante :

- $\vec{E}(M) = E(M)\vec{u}_r$
- $\vec{E}(M) = E(M)\vec{u}_\theta$
- $\vec{E}(M) = E(M)\vec{u}_z$

3. L'unité de charge linéique  $\lambda$  est :

- $V \cdot m^{-1}$
- $C \cdot m^{-1}$
- $C \cdot V^{-1}$

Fil chargé

