**Université de Bourgogne** 2021-2022

**L1 Sciences & Techniques - Physique Générale 1a (Phys1A2)**

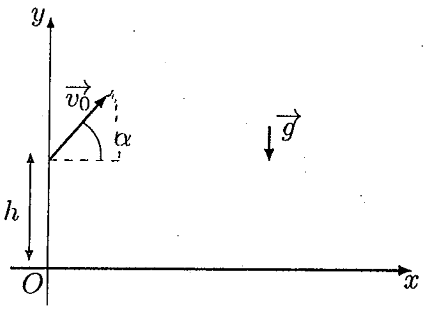
**Contrôle continu - 1h30 - calculatrice autorisée - aucun document**

*Lors des applications numériques, vérifier le nombre de **chiffres significatifs** et l'**unité***

## Exercice 1 – Eruption volcanique (barème approximatif 10 points)

Le Stromboli, volcan italien encore actif, culmine à 924 m. Il crache régulièrement des bombes volcaniques issues du magma. On note $\vec{v}_0$ la vitesse d'éjection de ces bombes, inclinée d'un angle $\alpha$ par rapport à l'horizontal (schéma ci-dessous). On néglige les frottements.

**Données** $m = 0{,}28\,\mathrm{kg}$ ; $v_0 = 76{,}3\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ ; $\alpha = 50° = 0{,}873\,\mathrm{rad}$ ; $g = 9{,}81\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ ; $h = 924\,\mathrm{m}$ ;




1. Donner les expressions littérales des composantes horizontale $v_{0x}$ et verticale $v_{0y}$ du vecteur $\vec{v}_0$ en fonction de $v_0$ et $\alpha$.
2. a) Par application du PFD à un instant $t$, déterminer les deux composantes de l'accélération de $M$.
   b) En déduire, compte tenu des conditions initiales, les composantes du vecteur vitesse.
   c) En déduire, les équations horaires du mouvement de M $x(t)$ et $y(t)$, en tenant compte des conditions initiales $x(0) = 0$ et $y(0) = h$.
3. a) Déterminer l'équation cartésienne $y = f(x)$ de la trajectoire.
   b) En utilisant $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \tan^2\alpha$, écrire l'équation cartésienne de la trajectoire sous la forme

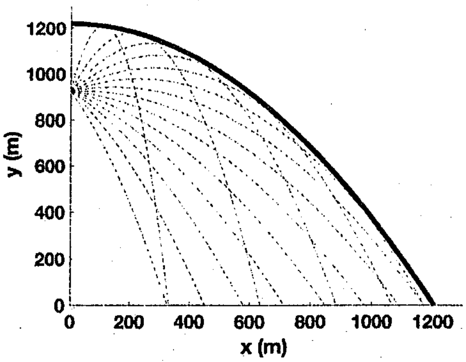
$$\tan^2\alpha - \frac{2v_0^2}{gx}\tan\alpha + \left(1 + \frac{2v_0^2(y-h)}{gx^2}\right) = 0$$

   c) En considérant cette trajectoire comme une équation du second degré en $\tan\alpha$, établir qu'elle n'admet aucune solution réelle si

$$y > h + \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v_0^2}$$

   Vérifier l'homogénéité de cette expression.

   *Remarque : La courbe d'équation $y = h + \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v_0^2}$ est appelée parabole de sureté car tout point situé au-delà n'est pas accessible par les bombes volcaniques, quel que soit l'angle d'éjection. Elle est représentée sur la figure ci-contre.*




*Courbes pointillées : trajectoire de bombes volcaniques pour différents angles d'éjection $\alpha$. Courbe continue : parabole de sûreté.*

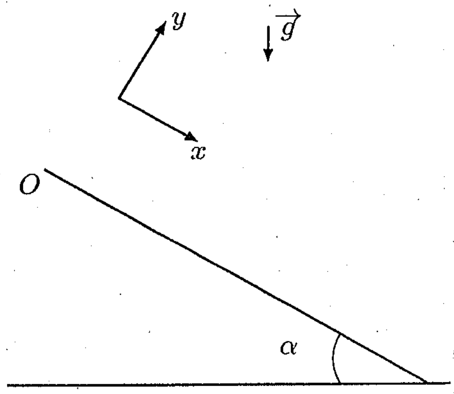
   d) Etablir que le périmètre de sécurité au sol est tel que

$$x > \sqrt{\frac{2v_0^2 h}{g} + \frac{v_0^4}{g^2}}$$

   Le calculer.

**Exercice 2** – **Ski alpin (barème approximatif 5 points)**

On étudie le mouvement d'un skieur de masse $m$ descendant une piste selon une pente faisant un angle $\alpha$ avec l'horizontale. L'air exerce une force de frottement fluide $\vec{f} = -C\vec{v}$, où $C$ est le coefficient de frottement fluide. La neige exerce sur le skieur, une force de frottement solide de composante tangentielle $\vec{T} = -T\vec{u}_x$ et de composante normale $\vec{N} = N\vec{u}_y$. La composante tangentielle $\vec{T}$ est opposée au déplacement et de norme $T = \mu N$ ($\mu$ est le coefficient de frottement solide). Le skieur est initialement en haut de la piste ($x(0) = 0$) et part sans vitesse initiale ($\dot{x}(0) = 0$).



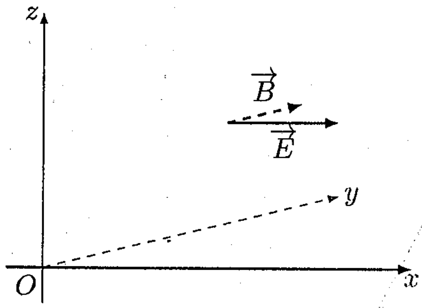

**Données** $m = 75{,}0\,\mathrm{kg}$ ; $C = 5{,}00\,\mathrm{kg\cdot s^{-1}}$ ; $\mu = 0{,}800$ ; $\alpha = 45° = 0{,}785\,\mathrm{rad}$ ; $g = 9{,}81\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$

1. a) Faire un schéma et un bilan des forces.
   b) A l'aide du PFD, exprimer la norme de $N$ puis en déduire $T = \mu N$ en fonction de $m, g, \alpha$.
2. A l'aide du PFD, établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse $v$ du skieur :
$$\dot{v} + \frac{C}{m}v = g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha$$
3. Montrer que la vitesse tend vers une valeur limite
$$v_\infty = \frac{mg}{C}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\,.$$
   La calculer. Convertir en $\mathrm{km\cdot h^{-1}}$.

**Exercice 3** – **Particule chargée dans des champs électriques et magnétiques (barème approximatif 5 points)**

Un champ électromagnétique permet de confiner des particules chargées sans parois (par exemple confiner un plasma à haute température pour réaliser la fusion nucléaire dans l'ITER).

Un proton de charge électrique q positive et de masse $m$ est en mouvement dans un champ électrique $\vec{E} = E\vec{u}_x$ et un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{u}_y$. A $t = 0$, la particule est en $O$, sans vitesse initiale. On néglige le poids. La force électrique est $\vec{F_e} = q\vec{E}$ et la force magnétique

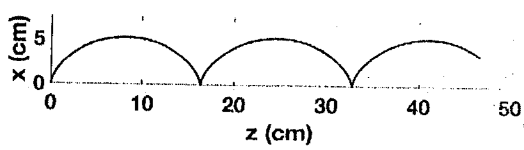



$$\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B} = \begin{pmatrix} -qB\dot{z} \\ 0 \\ qB\dot{x} \end{pmatrix}.$$

**Données** $m = 1{,}67\cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$ ; $q = 1{,}602\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$ ; $E = 1000\,\mathrm{V\cdot m^{-1}}$ ; $B = 20\cdot 10^{-3}\,\mathrm{T}$.

1. a) Etablir le système d'équations différentielles vérifiées par $x, y$ et $z$. On pourra poser $\lambda = \frac{qE}{m}$ et $\omega = \frac{qB}{m}$. Calculer $\lambda$ (unité : $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$) et $\omega$ (unité : $\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$).
   b) En déduire que le mouvement de la particule est dans le plan $y = 0$.
2. a) Exprimer $\dot{z}$ en fonction de $x$ puis en déduire que $x$ suit l'équation différentielle
$$\ddot{x} + \omega^2 x = \lambda$$
   On admet que la solution est
$$x(t) = R - R\cos\omega t \text{ ; avec } R = \frac{\lambda}{\omega^2}$$
3. A partir de l'équation différentielle, $\dot{z} = \omega x$ ; établir l'expression de $z(t)$.

   Mettre les équations du mouvement dans le plan (Oxz) sous la forme
$$\begin{aligned} x(t) &= R - R\cos\omega t \\ z(t) &= R\omega t - R\sin\omega t \end{aligned}$$




   Il s'agit d'une cycloïde, représentée ci-contre. Calculer son rayon $R$.