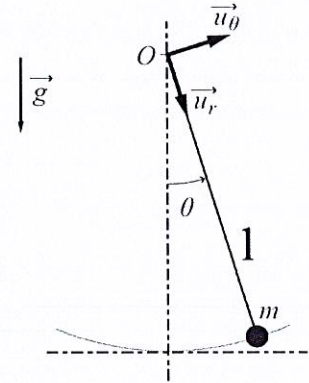


**Exercice 1** – Question de cours (barème approximatif 3 points)

On considère un pendule constitué d'une masse  $m$  accrochée à l'extrémité d'un fil inextensible de longueur  $l$ .

Dans la base polaire  $(O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$  donner l'expression

1. du vecteur position  $\vec{OM}$
2. du vecteur vitesse  $\vec{v}$
3. du vecteur accélération  $\vec{a}$


**Exercice 2** – Décollage d'un avion (barème indicatif 7 points)

Soit un avion pouvant accélérer à accélération constante  $a_0 = 12,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  et qui doit atteindre la vitesse de  $v_{min} = 200 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  pour décoller. On veut savoir si cet avion est capable de décoller depuis la piste du porte-avions Charles de Gaulle (la longueur de la piste est de  $L = 194,5 \text{ m}$ ).

**Données**  $a_0 = 12,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ;  $v_{min} = 200 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ;  $L = 194,5 \text{ m}$ ;

1. Donner l'expression de la position de l'avion en fonction du temps ( $x=f(t)$ ).
2. En déduire une relation entre la position de l'avion, sa vitesse et son accélération.
3. a) Etablir que la vitesse est en bout de piste  $v(L) = \sqrt{2a_0L}$ .  
 b) La calculer. La convertir en  $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ .  
 c) L'avion est-il capable de décoller?

**Exercice 3** – Chute de grêle (barème indicatif 10 points)

Les grêlons sont des particules de glace dont les chutes en très grand nombre depuis certains nuages constituent la grêle. On a mesuré expérimentalement leur vitesse à l'arrivée au sol ( $v_s$ ). Cette vitesse varie, en fonction de la masse du grêlon, entre  $v_s = 15,0$  et  $v_s = 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . On cherche à connaître le modèle mécanique permettant d'expliquer ces valeurs.

Pour cela, on modélise le grêlon par une boule de glace (densité de la glace:  $\rho_g = 917 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ) de rayon  $R = 5 \text{ mm}$  qui chute d'un nuage situé à une altitude  $h = 1500 \text{ m}$ . On prendra un axe  $Oz$  descendant tel qu'à  $t = 0$ :  $z = 0$  et  $v = 0$ . On teste alors deux modèles mécaniques différents.

**Données**  $\rho_g = 917 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ;  $R = 5 \text{ mm}$ ;  $h = 1500 \text{ m}$ ;  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ;  $m = 4,8 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$ ;  $\eta_{air} = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$

- 1) On néglige les forces de frottement fluide dues à l'air.
  - a/ Faire le bilan des forces.
  - b/ Déterminer  $v(t)$  et  $z(t)$ .
  - c/ Calculer  $t_c$  la durée de la chute en fonction de  $g$  et  $h$
  - d/ En déduire l'expression de  $v_s$ .
  - e/ Faire l'application numérique pour trouver la valeur de  $t_c$  et en déduire  $v_s$ .
  - f/ Conclure sur la validité du modèle.

2] On considère une force de frottement fluide due à l'air de la forme  $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$  avec  $\alpha = 6\pi R\eta_{air}$  où  $R$  est le rayon du grêlon et  $\eta_{air} = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  est la viscosité de l'air.

a/ Faire le nouveau bilan des forces.

b/ Établir l'équation différentielle en  $v(t)$  :  $\frac{dv}{dt} + \frac{\alpha}{m}v = g$

c/ Établir la vitesse limite  $v_l$  du grêlon. La calculer. La masse du grêlon est  $m = 4,8 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$ .

d/ Le graphique ci-dessous représente la composante  $z$  en fonction du temps. En déduire une valeur approchée du temps de chute  $t_c$  depuis l'altitude  $h=1500 \text{ m}$ .

e/ Montrer que l'équation  $v(t) = v_l \left(1 - e^{-\frac{\alpha}{m}t}\right)$  est solution de l'équation différentielle.

f/ Calculer la vitesse à l'instant  $t_c$  et conclure sur la validité du modèle. A vitesse élevée, les frottements sont plutôt de la forme  $\vec{f} = \beta v^2 \vec{u}_z$ .

