

2<sup>nde</sup> session, juin 2022  
Aucun document, calculatrice autorisée - 1h30

---

**Exercice 1 - Nombres complexes (barème indicatif 6 pts)**

On pose  $z_0 = 8$  et pour tout entier  $n$

$$z_{n+1} = \frac{3 - i\sqrt{3}}{4} z_n$$

1. Vérifier que

$$\frac{3 - i\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} e^{-i\frac{\pi}{6}}$$

2. a) En déduire l'écriture de chacun des nombres complexes  $z_1, z_2, z_3$  sous sa forme exponentielle ( $re^{i\theta}$ ) puis sa forme algébrique ( $x + iy$ ).  
b) Représenter graphiquement dans le repère orthonormé  $(O, x, y)$  les points  $A_0$  et  $A_3$  d'affixes  $z_0$  et  $z_3$  respectivement. On prendra pour unité le centimètre.

**Exercice 2 - Equations différentielles (barème indicatif 6 pts)**

Donner la forme  $y(x)$  des solutions des équations différentielles suivantes ( $y'$  et  $y''$  désignent la dérivée et la dérivée seconde de  $y(x)$ ) :

1.  $2y' + 50y = 2$ . Préciser la solution qui vérifie  $y(0) = 0$ .
2.  $y'' + y = 0$ ;
3.  $y'' - 2y' + y = 0$ ;
4.  $2y'' - 2y' + y = 0$ . Préciser la solution qui respecte les conditions initiales  $y(0) = 0$  et  $y'(0) = 5$ .

**Exercice 3 - Cinétique (barème indicatif 8 pts)**

La pharmacocinétique est l'étude du devenir d'un médicament dans l'organisme. Ici, on suit la concentration de l'acide valproïque, médicament antiépileptique commercialisé sous le nom de Dékapine.

La concentration  $C$  du médicament dans le sang est modélisée par une loi cinétique d'ordre 1, de constante de vitesse  $k$  ;  $v = kC$ . Par définition, la vitesse  $v$  s'exprime également grâce à la relation :

$$v = -\frac{dC}{dt}$$

1. Montrer que la concentration en acide valproïque est régie par l'équation différentielle

$$\frac{dC}{dt} = -kC$$

2. Établir l'expression générale  $C(t) = f(t)$ . On notera  $C(0) = C(t = 0)$  la concentration initiale en acide valproïque.

3. a) On souhaite déterminer la valeur de la constante de vitesse  $k$  à partir d'une mise en graphique simple, une droite. Quelle mise en graphique doit-on faire ? Comment pourra-t-on déterminer  $k$  à partir du tracé choisi ?

b) On a relevé les données suivantes. Déterminer  $k$  en utilisant soit une régression linéaire soit à l'aide d'un graphique (sur papier millimétré fourni).

t (h)	0	0,08	4,0	8,0	16,0	32,0	48,0	64,0	80,0
concentration (mg/L)	162	155	140	120	80	40	20	10	5

4. Le temps de présence moyen d'un médicament dans le plasma sanguin est défini par :

$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} tC(t)dt}{\int_0^{\infty} C(t)dt}$$

a) Exprimer

$$\int_0^{\infty} C(t)dt = \int_0^{\infty} C_0 e^{-kt} dt$$

b) Montrer que l'on a (on pourra utiliser une intégration par parties)

$$\int_0^{\infty} tC(t)dt = \int_0^{\infty} C_0 t e^{-kt} dt = \frac{C_0}{k^2}$$

c) En déduire le temps de présence moyen

$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} tC(t)dt}{\int_0^{\infty} C(t)dt}$$

Le calculer.