

Partiel du 15 juin 2022, 13h30-15h30.

Les documents, les calculatrices et tout objet électronique ne sont pas autorisés. Les exercices sont indépendants. Toutes vos réponses doivent être justifiées.

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante :

$$2x^2 + 1 > |4x|.$$

2. Calculer les limites suivantes :

- a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{3x} - 1) \tan(2x)}{\ln(1+x^2)},$
- b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(2^{\frac{1}{x}} - 1).$

3. Calculer les dérivées des fonctions suivantes, en spécifiant le domaine de définition et le domaine de dérivabilité :

- a. $a(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}},$
- b. $b(x) = x \ln(x),$
- c. $c(x) = \arcsin(x^2).$

4.

- a. Déterminer une primitive de la fonction $x \mapsto x^2 e^{2x+1}.$
- b. Quelle est la dérivée de la fonction \arctan ?
- c. Déterminer $\int \frac{dx}{5+x^2}.$
- d. Déterminer $\int \frac{dx}{x^2+2x+6}.$
- e. Calculer l'intégrale suivante : $\int_0^{\sqrt{3}} x \sqrt{x^2 + 1} dx.$

5. Soit la fonction $f : x \mapsto x\sqrt{1-x^2}.$

- a. Quel est le domaine de définition D_f de f ?
- b. Sur quel intervalle f est-elle continue ? Sur quel intervalle f est-elle dérivable ?
- c. Calculer la dérivée de f et étudier les variations de $f.$
- d. La fonction f admet-elle des extrema ? Si oui, donner leur nature.
- e. On se place au voisinage de 0. Calculer le développement limité à l'ordre 3 en 0 de la fonction $f.$ En déduire l'équation de la tangente au graphe de f au point $(0, 0)$ et la position de la courbe par rapport à cette tangente au voisinage de 0.