

Examen Terminal - Lundi 2 mai 2022 (60 min.)

Exercice 1 : Questions de cours

1. On souhaite discrétiser la coordonnée t sur l'intervalle $[0, T]$ en $N + 1$ points régulièrement espacés de la quantité h , appelée pas de discrétisation.
 - 1.1. Donner l'expression de la coordonnée t_i en fonction de h et de l'indice i , avec i allant de 1 jusqu'à $N + 1$.
 - 1.2. Donner l'expression de h en fonction de T et N .
 - 1.3. En TD, 2 manières différentes de discrétiser cette coordonnée en langage MATLAB/Octave ont été présentées. En donner la syntaxe.
2. Soit \tilde{x} une approximation d'un nombre réel x .
 - 2.1. Rappeler les définitions de l'erreur absolue e_{abs} et relative e_{rel} en fonction de x et \tilde{x} .
 - 2.2. Quelle erreur parmi les deux définies ci-dessus est privilégiée pour évaluer la précision d'un résultat et pourquoi?
3. On considère une fonction f connue qu'à travers les valeurs qu'elle prend en quelques points : N couples de points (x_i, y_i) sont donnés. On cherche à construire une fonction modèle \tilde{f} représentant une loi empirique qui se cacherait derrière ces données.
 - 3.1. 2 grandes familles d'approche ont été présentées en CM : l'interpolation et l'approximation. Rappeler ici leurs définitions.
 - 3.2. Quels types de fonctions mathématiques sont généralement utilisées pour l'interpolation?
 - 3.3. Quelles sont les limites de l'interpolation? En citer deux.
4. Rappeler les définitions mathématiques de la moyenne et de la variance d'une variable x , dont N valeurs $(x_i)_{i=1, \dots, N}$ sont données.
5. Pour résoudre une équation du type $f(x) = 0$, la méthode de Newton peut être utilisée.
 - 5.1. Expliquer en quoi consiste la méthode de Newton à l'aide d'un schéma + explications.
 - 5.2. En déduire la relation de récurrence utilisée pour appliquer la méthode de Newton.
6. Soit le système d'équations linéaires donné sous forme matricielle $AX = B$, avec A une matrice tridiagonale.
 - 6.1. Rappeler la définition d'une matrice tridiagonale et donner un exemple.
 - 6.2. Dans quel cas rencontre t'on en général ce type de matrice en physique/chimie?
 - 6.3. Quelle méthode numérique vue en CM et implémentée en TD permet de résoudre un tel système de manière simple et rapide?

Exercice 2 : Algorithme

Rappel : le calcul numérique d'une intégrale par la méthode de Simpson est donnée par la formule suivante :

$$I = \int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{6} \sum_{i=1}^N (f(x_i) + 4f(m_i) + f(x_{i+1})) \text{ avec } m_i = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$$

où x_i est la variable x discrétisée sur l'intervalle $[a, b]$ et h le pas de discrétisation.

1. Écrire l'algorithme pour le calcul numérique d'une intégrale par la méthode de Simpson sachant que les entrées de cet algorithme sont la fonction f , les bornes de l'intervalle a et b et N le nombre de segments de discrétisation
2. Quel est l'ordre de convergence de la méthode de Simpson? Citer une autre méthode d'intégration vu en CM et implémentée en TD.

Nom Prénom :

Université de Bourgogne
Licence L2 - 2021-2022

Départements de Physique et de Chimie
Physique et Chimie sur ordinateur

Examen de IsPC4a
3 mai 2022 - durée 0H45

Questions à 0.5 pt (Total : _____ / 6 pts)

Donnez les commandes Matlab pour :

1) Créer le vecteur **a** comportant 6 points équidistants dans l'intervalle [21,22]

2) Enregistrer la longueur du vecteur **b**=[10 15 20 25 30 35] dans la variable **long**.

3) Afficher la longueur du vecteur **b** sous la forme « Le vecteur contient ... elements » ou les ... seront remplacés par la valeur enregistrée dans la variable **long**.

4) Calculer le produit scalaire de **a** et **b** en utilisant une boucle **for**

5) Calculer le produit scalaire de **a** et de **b** d'une seconde manière

6) Concaténer (c-a-d mettre bout à bout) le contenu du vecteur **a** et du vecteur **b** dans un nouveau vecteur **c**

7) Créer une matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

8) Extraire la deuxième ligne de M

9) Extraire la troisième colonne de M

Indiquez pour chacune des opérations ci-dessous, ce que vaut la matrice D :

10) $D=M'$;

$$D = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

11) $D=\text{eye}(3,3).*M;$

$$D = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

12) Soit les deux instructions : $x=-\pi:0.1:\pi ;$
 $y=\cos(x)>0 ;$

Que contient la variable y ?

Questions à 1 points (Total : _____ / 5 pts)

13) On veut vérifier si le contenu de la variable nb est dans l'intervalle [-5,6[. Compléter le test:

```
if _____  
    disp('nb est dans l'intervalle') ;  
end
```

14) Transformez la boucle for suivante en une boucle while

```
for i=10:2:25
    a=2*i+1
end
```

15) La formule de conversion des températures exprimées en degré Celsius en degré Fahrenheit est : $^{\circ}C = \frac{5}{9} (^{\circ}F - 32)$. Écrire une fonction MATLAB dont le prototype est fonction C=f2c(F) qui fait la conversion de la température de Fahrenheit à Celsius.

16) On veut écrire un script qui utilise la fonction précédente pour afficher sur 2 colonnes une liste d'équivalence pour des températures comprises entre 0°F et 300°F avec un incrément de 10°F (la première colonne donnera les degrés Fahrenheit, la seconde les degrés Celsius). compléter la proposition ci-dessous :

```
for i = 0 :10 : 300
```

```
end
```

Exemple de l'affichage attendu :

0.00000	-17.778
10.0000	-12.222
.....
300.000	148.889

17) La fonction Mafonction prend 3 arguments d'entrée et 2 arguments de sortie. Ci-dessous 4 propositions de syntaxe pour appeler cette fonction. Barrez les 2 propositions incorrectes.

- a. `y = Mafonction(x1,x2,x3);` % y(1) et y(2) sont les 2 arguments de sorties
- b. `[y1,y2] = Mafonction(x1,x2,x3)`
- b. `(y1,y2) = Mafonction[x1,x2,x3]`

Questions à 3 points (Total : / 9 pts)

18) Soit le vecteur `x = -10 : 0.1 : 10`

Écrire un script Matlab qui trace la courbe $y = \begin{cases} x^3 & \text{si } x \in [-10, 0[\\ x^2 & \text{si } x \in [0, 10] \end{cases}$

19) Soit le vecteur r contenant 100 nombres entiers aléatoires : `r=randi([1,1000],1,100);`

Écrire un script qui recherche et affiche la plus petite valeur contenue dans le tableau.

Pour réaliser cela, vous ne devez pas utiliser la commande **min** de Matlab mais une boucle **for** ou une boucle **while**.

20) Écrire une fonction `m = moyennegeo(x)` qui renvoie la moyenne géométrique des éléments du vecteur x (c'est-à-dire $m = (x(1) * x(2) * \dots * x(N))^{1/N}$, ou N est la longueur de x).