Session 2 - Mardi 7 juin 2022 (45 min.)

Exercice 1 : Questions de cours

QCM : 1 seule bonne réponse par question. **Justification demandée!** Aucun calcul fastidieux n'est nécessaire donc soyez malins (l'utilisation de schéma peut être approprié)

Questions	Réponses
1. On calcule une approximation de $\sqrt{3}$ par la méthode de dichotomie. Pour cela, on résout l'équation $f(x) = x^2 - 3 = 0$ sur l'intervalle $[0;2]$. Après 5 itérations, la racine obtenue est :	☐ $\alpha = 1.7188$ ☐ $\alpha = 1.625$ ☐ $\alpha = 1.6875$
2. La dérivée numérique donnée par la formule suivante est appelée différence finie : $f'(x_i) = \dfrac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{h}$	☐ à gauche ☐ à droite ☐ centrée
3. On considère $x, y \in \mathscr{R}^4$ donnés par $x = [-2, 0, 1, 2]$ et $y = [4, 0, 0, 4]$. Parmi les polynômes suivants, lequel est le polynôme d'interpolation P aux points x, y?	☐ $P(x) = x^4 - \frac{2}{3}x - 3x^2 + \frac{8}{3}x$ ☐ $P(x) = \frac{4}{3}x^2 - \frac{4}{3}$ ☐ $P(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - \frac{4}{3}x$
4. Lors de la régression linéaire d'un nuage de points (X, Y) par la méthode des moindres carrés, l'ordonnée à l'origine β est donnée par :	☐ $\beta = \dfrac{cov(X,Y)^2}{var(X)var(Y)}$ ☐ $\beta = \overline{Y} - \alpha\overline{X}$ ☐ $\beta = \dfrac{cov(X,Y)}{var(X)}$
5. La méthode d'intégration dite des trapèzes consiste à approximer la fonction à intégrer par un polynome d'ordre :	☐ 0 ☐ 1 ☐ 2

Exercice 2 : Programmation

Dans de nombreux problèmes en physique/chimie (faisant intervenir des dérivées par différences finies par exemple), on doit résoudre un système linéaire dont la matrice est de la forme

$$\begin{bmatrix} \beta_1 & \gamma_1 & & & & & 0 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 & & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & & \\ & & \alpha_i & \beta_i & \gamma_i & & \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & & \alpha_{N-1} & \beta_{N-1} & \gamma_{N-1} \\ 0 & & & & & \alpha_N & \beta_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_i \\ \vdots \\ X_{N-1} \\ X_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_i \\ \vdots \\ b_{N-1} \\ b_N \end{bmatrix}$$

On dit que la matrice A est tridiagonale car les seuls éléments non nuls sont sur : la diagonale principale, la sur- et la sous-diagonale. La résolution de ce système est réalisée par la méthode du double balayage dont l'algorithme est donné ci-après :

Tournez la feuille pour la suite de l'exercice →

Entrées : les vecteurs colonne α, β, γ et b.
Sortie : le vecteur colonne solution X

$T_1 = -\gamma_1/\beta_1$
$S_1 = b_1/\beta_1$
Pour $k = 2$ **à** $N-1$ **:**
  $T_k = -\gamma_k/(\alpha_k T_{k-1} + \beta_k)$
  $S_k = (b_k - \alpha_k S_{k-1})/(\alpha_k T_{k-1} + \beta_k)$
$X_N = (b_N - \alpha_N S_{N-1})/(\alpha_N T_{N-1} + \beta_N)$
Pour $k = N-1$ **à** 1
  $X_k = S_k + T_k X_{k+1}$

1. Écrire la `FONCTION` Matlab/Octave correspondante à l'algorithme du double balayage donné ci-dessus. Cette fonction aura pour en-tete `function X=DOUBLEBALAYAGE(alpha,beta,gamma,b)`
2. Écrire la partie `TEST` pour l'exemple suivant :

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 = 3 \\ 2x_1 + 10x_2 + 5x_3 = 3 \\ 6x_2 + 18x_3 = 3 \end{cases}$$

N° d'Anonymat :

Université de Bourgogne
Licence L2

Départements de Physique et de Chimie
Physique et Chimie sur ordinateur

Examen de IsPC4a
7 juin 2022 – durée 0H45

<u>Question 1 (0.5 pt)</u> Soit les commandes suivantes :

```
M = [1 2 3 ; 4 5 6 ; 7 8 9];
a = M(3,1);
v = M(:,2);
```

Barrez la (les) proposition(s) incorrecte(s)

1. `a` est égal à 3
2. `v` est un vecteur colonne contenant 2, 5 et 8

<u>Question 2 (0.5 pt)</u> Soit la matrice M et le vecteur U :

```
M =[1 2 3 ; 4 5 6 ; 7 8 9];
U =[2 ; 0 ; 0];
```

Que retourne la commande `V = M*U` ? Barrez la (les) proposition(s) incorrecte(s)

1. `V=[2 ; 8 ; 14]`
2. Un message d'erreur « `Matrix dimensions must agree` »
3. Autre chose

<u>Question 3 (1 pt)</u> On souhaite créer un vecteur ligne contenant les entiers entre 0 et 5. Barrez la (les) syntaxe(s) incorrecte(s) :

1. `V = [0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5]`
2. `V = [0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5]`
3. `V = [0 1 2 3 4 5]`
4. `V = 0:5`
5. `V = linspace(0,5,6)`
6. `V = linspace(0,5,5)`

<u>Question 4 (1 pt)</u> Soit le code :

```
if (a == 5) || (abs(b-a) ~= 1)
      x = 1;
elseif  a > 0 && b>0
      x = 2;
else
      x = 0;
end
```

Barrez la (les) proposition(s) incorrecte(s) :

1. Si `a=4` et `b=1` alors ce code donne `x=0`.
2. Si `a=2` et `b=-4` alors ce code donne `x=1`.
3. Si `a=2` et `b=1` alors ce code donne `x=2`.
4. Si `a=-1` et `b=0` alors ce code donne `x=0`.

Question 5 (1 pt) On veut évaluer une fonction `y = f(x)` pour les différentes valeurs de x contenues dans le vecteur ligne défini par `x = linspace(-10,10,1000)`. Barrez la (les) proposition(s) incorrecte(s) :

1. `y = 1/(2 + 10*sin(x)^2 )`
2. `y = 1./(2 + 10*sin(x)^2 )`
3. `y = 1./(2 + 10*sin(x).^2 )`
4. `y = 1./(2 + 10.*sin(x).^2 )`
5. `y = 1./(2 .+ 10.*sin(x).^2 )`

Question 6 (1 pt) On souhaite générer un vecteur ligne `V` de longueur `N` (scalaire entier >0 prédéfini) contenant des 0. Barrez la (les) proposition(s) incorrecte(s) :

1. `V = zeros(1,N) ;`
2. `V = zeros(N,1) ;`
3. `V = linspace(0,0,N) ;`
4. `V = 0*ones(1,N) ;`
5. `V = ones(N,1)-1 ;`

Question 7 (1pt) Barrez la (les) proposition(s) incorrecte (s).

1. `0:10` crée un vecteur ligne de 11 éléments
2. `0:10:1` crée un vecteur ligne de 11 éléments
3. `0:2:10` crée un vecteur ligne de 6 éléments
4. `10:-1:0` provoque une erreur

Question 8 (1 pt)

La fonction `Mafonction` prend 3 arguments d'entrée et 2 arguments de sortie. Ci-dessous 4 propositions de syntaxe pour appeler cette fonction depuis Octave en récupérant les deux arguments de sortie. Barrez la (les) proposition(s) incorrecte(s).

1. `y = Mafonction(x1,x2,x3);` % y(1) et y(2) donnent les 2 arguments de sorties
2. `[y1,y2] = Mafonction(x1,x2,x3)`
3. `y = Mafonction[x1,x2,x3];` % y[1] et y[2] donnent les 2 arguments de sorties.
4. `(y1,y2) = Mafonction[x1,x2,x3]`

Question 9 (1 pt)

Soit le code :

```
p = 0;
k = -3;
while p < 5
      k = k+1;
      p = p+2*k;
end
```

À la sortie de la boucle, que vaut la variable `k` ? Barrez la (les) proposition(s) incorrecte(s).

1. `k` vaut 2
2. `k` vaut 3
3 `k` vaut 4
4 La boucle ne s'arrête en fait jamais

<u>Question 10 (3 pts)</u>. Ecrire un script qui :

1. Trace sur un même graphique les fonctions `x*sin(1/(x+1)) et x*cos(1/(x+1))` pour `x` dans l'intervalle `[-0.5, 0.5]`. La première fonction sera tracée avec un trait plein de couleur vert et la seconde fonction en pointillé de couleur rouge.
2. Ajoute sur ce graphique, *par commandes Matlab (et non pas à la souris)*, un titre, des annotations des axes horizontal et vertical, et une légende pour les courbes.

<u>Question 11 (3 pts)</u>

Donnez la syntaxe d'un script Matlab utilisant une boucle for permettant de modifier les éléments d'un vecteur `v` (préexistant) de manière à remplacer les valeurs strictement négatives par leur carrée, et les valeurs positives ou nulles par leur racine carré plus 1.

Question 12 (6 pts)

Le logarithme népérien `ln(x)` peut être calculé pour, $0 < x \leq 1$, par la série infinie

$$\ln(x) = \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \frac{(x-1)^i}{i} = (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3} - \frac{(x-1)^4}{4} + \ldots$$

1. Ecrire la fonction Octave `function y=monln(x)` qui calcule le logarithme népérien en utilisant la formule ci-dessus. La somme se termine lorsque la valeur absolue du terme à ajouter, $|(x-1)^i / i|$, est inférieure à 0.001.

2. Ecrire un script Octave qui :

- ✓ Demande à l'utilisateur de saisir un nombre réel `x`.
- ✓ Vérifie à l'aide d'un test que $0 < x \leq 1$. Si le test est vérifié, le programme calcule et affiche le logarithme naturel en utilisant la fonction `monln`. Si le test n'est pas vérifié, le programme affiche « `Calcul impossible valeur de x n'est pas dans l'intervalle` ».