

Examen - Durée 1H30 - Session 2 - 2022
Université de Bourgogne - Licence 2 - Info4C - Dept IEM

Tous les documents sont autorisés

Partie 1 (8 pts)

Exercice 1.1 (4 pts) Trouver : (1) la série génératrice et (2) une forme close pour les suites :

$$(a) \quad a_n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ 3 & \text{si } n = 1 \\ 2a_{n-1} - a_{n-2} & \text{si } n > 1, \end{cases} \quad (b) \quad b_n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ 0 & \text{si } n = 1 \\ -4b_{n-2} & \text{si } n > 1. \end{cases}$$

Exercice 1.2 (4 pts) En troisième année d'informatique, 100 étudiants suivent des cours en informatique, anglais et mathématiques.

Suite à une erreur, l'emploi du temps présente des conflits:

- 23 étudiants ont le cours d'informatique et anglais en même temps,
- 40 ont le cours d'informatique et mathématiques en même temps,
- 42 ont le cours d'anglais et mathématiques en même temps,
- 15 ont les trois cours en même temps.

Combien d'étudiants n'ont pas de conflit d'emploi du temps?

Partie 2 (11 pts)

Exercice 2.1 : (4 pts) Une relation \mathcal{R} sur l'ensemble des entiers relatifs Z est donnée par $x\mathcal{R}y$ si et seulement si $x^2 - y^2$ est divisible par 5. Démontrer que \mathcal{R} est une relation d'équivalence. Donner l'ensemble quotient.

Exercice 2.2 : (5 pts) On considère la relation \mathcal{S} définie sur l'ensemble des couples (x, y) où x et y sont deux entiers strictement positifs: $(x, y)\mathcal{S}(a, b)$ si et seulement si on a l'une au moins des deux propriétés suivantes (i) $x = a$ et y divise b , ou bien (ii) $x > a$.

1) Est-ce une relation d'ordre?

2) Dessiner le diagramme de Hasse pour l'ensemble des couples (x, y) où $1 \leq x \leq 4$ et $1 \leq y \leq 4$.

3) Est-ce un treillis? est-il distributif? est-ce une algèbre de Boole? Donner les minima, maxima, minimaux et maximaux.

Exercice 2.3 : (2 pts) Est-ce que le diagramme de Hasse suivant est un treillis?

