UBFC
UNIVERSITÉ
BOURGOGNE FRANCHE-COMTÉ

Université de Bourgogne Franche-Comté
Licence Sciences et Techniques, L1-ST Juin 2021

Seconde session Module Phys. 1A_1

Optique géométrique et analyse dimensionnelle

(Durée 1h30, épreuve sans document ni calculatrice, les exercices sont indépendants, le poids de chaque exercice dans le barème est indiqué entre parenthèses.)

Rappel : La relation de conjugaison d'un dioptre sphérique avec origine au sommet est donnée par :

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$

Le grandissement transversal d'un dioptre sphérique est donné par :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n_1}{n_2}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

La relation de conjugaison d'un miroir sphérique avec origine au sommet est donnée par :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

La relation de conjugaison d'une lentille mince avec origine au sommet est donnée par :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} - \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{1}{f'}$$

Le grandissement transversal d'une lentille mince est donné par :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

NB : Dans toute la suite, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte.

Exercice n° 1 : Equations aux dimensions (4pts)

Les états stationnaires $\varphi_n(x)$ d'une particule plongée dans un potentiel $V(x)$ vérifient l'équation de Schrödinger indépendante du temps :

$$-\frac{h^2}{8\pi^2 m}\frac{d^2\varphi_n(x)}{dx^2} + V(x)\varphi_n(x) = E_n\varphi_n(x)$$

où h désigne la constante de Planck, m désigne la masse de la particule, x est une variable homogène à une longueur et E_n désigne une énergie. Le terme $\frac{d^2\varphi_n(x)}{dx^2}$ désigne la dérivée seconde par rapport à la variable x de la fonction $\varphi_n(x)$. L'indice n est un entier strictement positif sans dimension.

1) En utilisant l'expression de l'énergie cinétique, établir la dimension de l'énergie en fonction des grandeurs fondamentales M, L, et T.
2) L'équation donnée ci-dessus étant homogène, quelle est la dimension du potentiel $V(x)$? Justifier votre réponse.
3) Dans le cas d'un potentiel $V(x)$ ayant la forme d'un puit rectangulaire de hauteur infinie et de largeur a, on montre que les énergies E_n se notent sous la forme $E_n = \frac{h^2 n^2}{8ma^2}$. En utilisant cette relation, établir la dimension de la constante de Planck h.
4) Si le potentiel $V(x)$ est de hauteur infinie et de largeur a, on montre que les états stationnaires $\varphi_n(x)$ qui vérifient l'équation de Schrödinger sont de la forme :

$$\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin(k_n x)$$

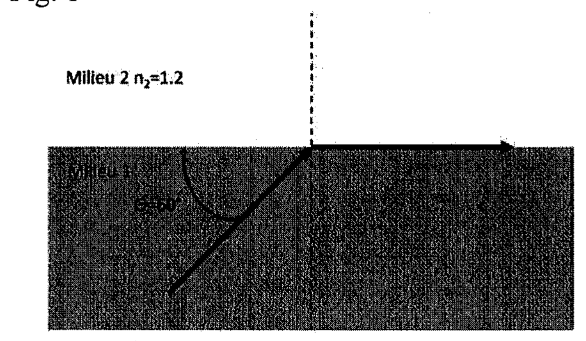
Quelle est la dimension des quantités k_n ? Justifier votre réponse.

Exercice n°2 : Loi de la réfraction (2pts)

On réalise une expérience de réfraction sur un dioptre plan séparant un milieu homogène 1 d'indice de réfraction n_1 d'un milieu homogène 2 composé de téflon d'indice de réfraction n_2=1,2. On observe la situation décrite par la Fig. 1. Déterminer la valeur de l'indice de réfraction n_1 en justifiant votre démarche.

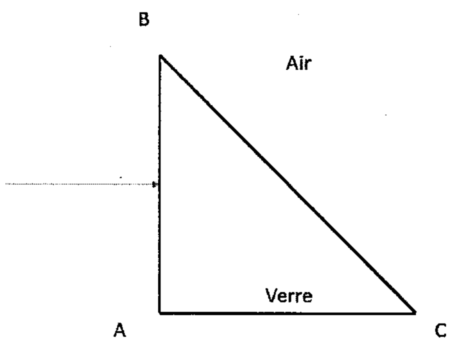
(Rappels : cos (60°)=sin(30°)=0,5 et sin(60°)=cos(30°)=0,866.)

Fig. 1



<u>**Exercice n°3 : Prismes droits(3pts)**</u>

On considère un prisme ABC droit isocèle.



La longueur des arêtes AB et AC est de 4cm et l'angle $\hat{A}$ formé par ces deux arêtes est de $\hat{A}$ =90°. Le prisme est composé de verre d'indice n_v=2 et est plongé dans l'air (n_{air}=1).

1) Représenter le prisme ABC à l'échelle 1 :1. On considère un rayon incident dans l'air tombant en incidence normale sur la face d'entrée AB du prisme. Sous quel angle d'incidence, ce rayon incident sur AB arrive-t-il sur l'hypoténuse BC du prisme ?
2) Déterminer la valeur en degrés de l'angle limite de réflexion totale interne de l'interface Verre/Air (le verre considéré est celui composant le prisme). Représenter le trajet complet suivi par le rayon incident de la question (1) **(On donne Arcsin(0,5)=$\pi/6$ rad= 30°).**

Les arrangements de prismes droits représentés sur la figure 2 sont réalisés à l'aide de prismes identiques à celui traité dans la question ci-dessus. Toutes les dimensions sont à l'échelle.

3) Représenter sur la figure A de l'annexe les trajets complets des rayons incidents pour chacune des situations proposées.

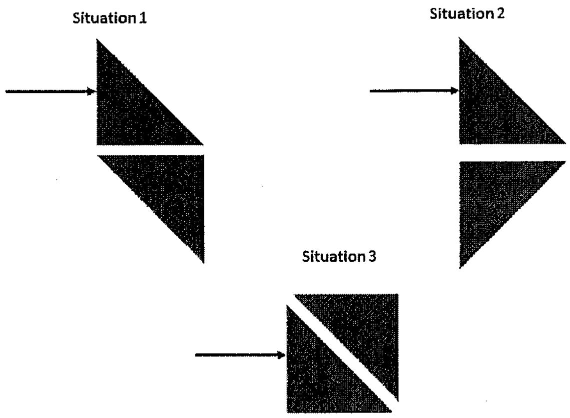


Fig. 2

Exercice n°4 : lentille type « ménisque » mince (double dioptre sphérique) (6.5pts)

Une lentille du type ménisque est constituée de deux dioptres sphériques de rayons différents. La figure 3 montre un ménisque composé d'un verre d'indice n_v=2 plongé dans l'air (n_{air}=1). Le ménisque est constitué de deux dioptres sphériques dont les rayons sont $\overline{S_1C_1}$=-60cm et $\overline{S_2C_2}$=-40cm. La distance séparant les deux sommets est $\overline{S_1S_2} = +0.1$cm. L'objectif de l'exercice est d'établir la distance focale image du ménisque, c'est-à-dire la position du foyer principal image de l'association des deux dioptres. Pour parvenir au résultat, on considère chacun des dioptres successivement.

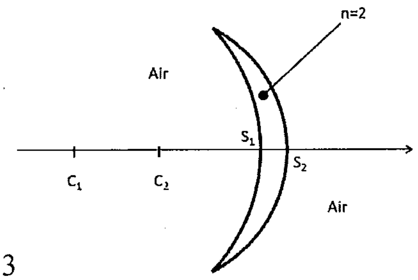


Fig. 3

Dioptre 1 :

1) Que valent les indices n_1 et n_2 (intervenant dans la relation de conjugaison) pour le dioptre 1 du ménisque ?
2) Exprimer la distance focale image $\overline{S_1F'_1}$ du dioptre 1 en fonction de son rayon de courbure $\overline{S_1C_1}$.

Dioptre 2 :

On recherche maintenant la position de l'image de F'_1 par le dioptre 2. La distance entre S_1 et S_2 étant faible devant les rayons de courbures des dioptres, **on suppose que les sommets S_1 et S_2 sont confondus**.

3) Que vaut la distance $\overline{S_2F'_1}$ exprimée en centimètres.
4) Que valent les indices n_1 et n_2 (intervenant dans la relation de conjugaison) pour le dioptre 2 ?
5) Déterminer la distance $\overline{S_2F'_2}$ si F'_2 désigne l'image de F'_1 par le dioptre 2.
6) Un faisceau de lumière parallèle passe au travers du ménisque mince. En sortie du ménisque, le faisceau est-il convergent ou divergent ? Justifiez votre réponse.

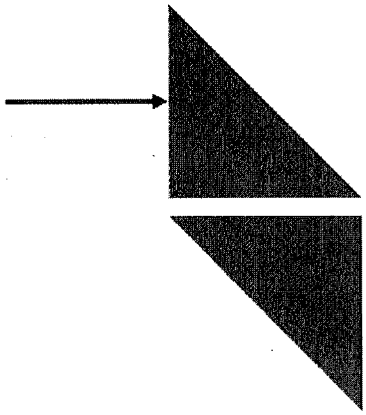
Exercice n° 5: Lentille mince divergente(6.5pts)

Une lentille mince divergente de centre optique S, de focale f'=-20cm forme une image $\overline{A'B'}$ réelle agrandie deux fois d'un objet virtuel $\overline{AB}$=+5cm.

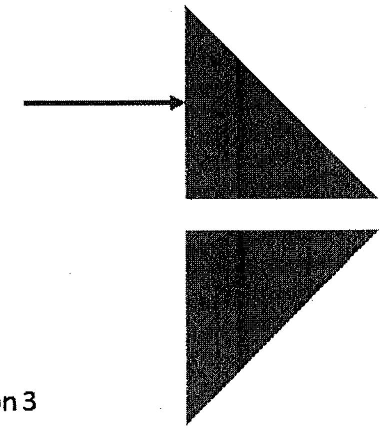
1. Quel est le signe de la mesure algébrique $\overline{SA'}$? Justifier votre réponse.
2. Quel est le signe de la mesure algébrique $\overline{SA}$? Justifier votre réponse.
3. L'image A'B' est-elle droite ou renversée ? Justifier votre réponse.
4. Calculer la valeur en centimètres de la mesure algébrique $\overline{SA}$ séparant le centre optique de la lentille de l'objet virtuel.
5. En déduire la valeur en centimètres de la mesure algébrique $\overline{SA'}$.
6. Réaliser la construction géométrique de l'image A'B' de l'objet AB par la lentille divergente en utilisant 3 rayons caractéristiques. La construction sera réalisée à l'échelle 1/5 (1cm sur le schéma représente 5cm dans la réalité).

ANNEXE (à rendre avec la copie) Nom et Prénom:________________

Situation 1



Situation 2



Situation 3