Contrôle de Mécanique des Milieux Continus II - Session 2

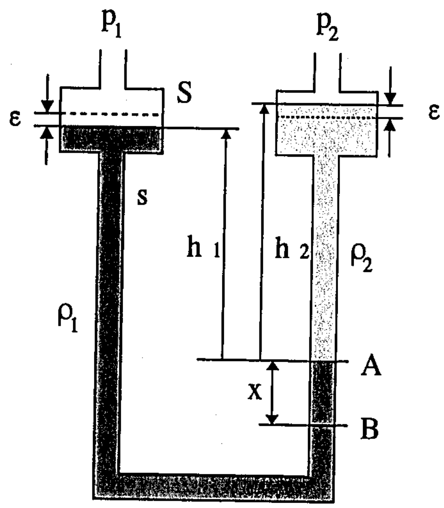
durée 1h30 heures - sans document - formulaire mathématique autorisé

21 juin 2021

Exercice 1 (6 pts)

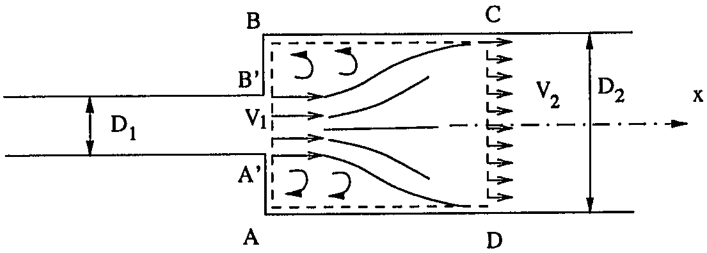
On étudie un manomètre constitué de deux liquides supposés incompressibles. Ce manomètre peut être raccordé en deux points d'une installation contenant de l'air à des pression p_1 et p_2.

1. (3 pts) Lorsque les pressions p_1 et p_2 sont égales à la pression atmosphérique (manomètre ouvert par exemple), l'interface des deux liquides de masse volumique ρ_1 et ρ_2 se trouve en A et les surfaces libres des deux liquides sont respectivement situées à des hauteurs h_1 et h_2 par rapport à A (voir figure).
   Donner la relation entre h_1, h_2, ρ_1 et ρ_2.
2. (3 pts) Lorsqu'on le manomètre est raccordé et que la pression p_2 est supérieure à la pression p_1, l'interface se déplace de x au point B et les surfaces libres de ε (traits pointillés sur la figure).
   Exprimer la différence de pression $\Delta p = p_2 - p_1$ en fonction de x, ρ_1, ρ_2, g, s et S en utilisant la relation établie à la question précédente et en exprimant ε en fonction de s, S et x (indication : les fluides sont incompressibles).



Exercice 2 : (8 pts)

On considère deux **conduites cylindriques** coaxiales de diamètres D_1 et D_2 ($D_2 > D_1$). L'expérience montre qu'à la sortie de la conduite de diamètres D_1 il se forme **un jet de diamétre** D_1 dont on suppose la vitesse V_1 uniforme. Il y a décollement des lignes de courant et formation d'une zone de recirculation (fluide mort à **vitesse nulle** entre AA' et BB' dans un plan des conduites sur la figure), mais **la pression motrice p_1^* reste constante en moyenne dans la section AB.** À une distance suffisante en aval, **la vitesse V_2 redevient uniforme dans la conduite de diamètres D_2, la pression motrice p_2^* est également constante dans la section CD.** Dans tout le problème on suppose l'écoulement stationnaire et le fluide incompressible.



1. (2 pts) Exprimer la perte de charge ΔH produite à l'élargissement brusque entre les sections AB et CD en fonction de ρ, g, p_1^*, p_2^*, V_1 et V_2.
2. Pour exprimer la différence de pression motrice de la question précédente en fonction des vitesses, on utilise le théorème d'Euler.
   — (1 pt) Représenter en 3D et paramétrer la surface de contrôle $ABCD$ délimitée par les pointillés sur la figure.
   — (3 pts) Appliquer le théorème d'Euler à la surface de contrôle **en projection sur l'axe $\vec{x}$.** En déduire l'expression de $(p_1^* - p_2^*)$ (Attention aux surfaces !)

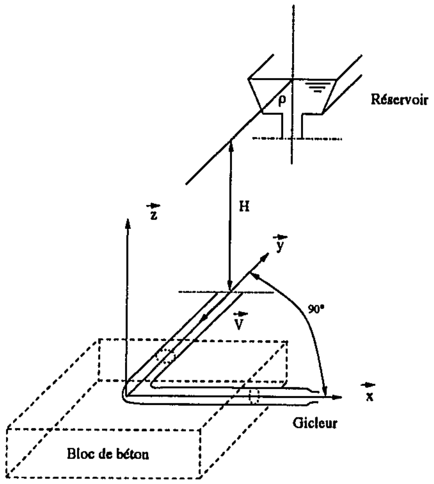
   Hypothèse : On supposera les contraintes tangentielles liées à la viscosité négligeables par rapport aux forces de pression et on admettra que (S étant une surface de contrôle) :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = M\vec{g} - \int_S p\vec{n}\, dS \;=\; -\int_S p^*\vec{n}\, dS$$

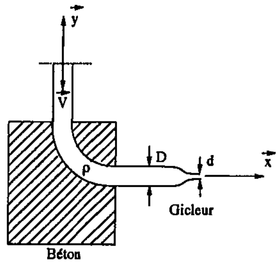
3. (1 pts) En déduire la relation de Borda-Carnot qui exprime la perte de charge ΔH en fonction de V_1, V_2 et g.
4. (1 pt) A l'aide de la relation de Borda-Carnot et de l'expression d'une perte de charge singulière (**dans laquelle on utilisera la vitesse la plus rapide**) déduire l'expression du coefficient de perte de charge singulière K d'un élargissement brusque en fonction de D_1 et D_2.

Exercice 3 (6 pts)

Soit une conduite cylindrique d'eau de diamètre intérieur D alimentée par un réservoir dont le niveau de la **surface libre est supposé constant** et situé à une cote $z = H$ du plan horizontal $\vec{x}$, $\vec{y}$ (voir figure 1).



– Figure 1 –



– Figure 2 –

La conduite se termine à la partie aval par un coude à angle droit situé dans le plan horizontal $\vec{x}$, $\vec{y}$. Le coude est encastré dans un bloc de béton et suivi d'un gicleur de diamètre intérieur d ouvert à la pression atmosphérique (voir figure 2).

L'écoulement est supposé **permanent, incompressible** et on fait l'hypothèse que les pressions dans le fluide de masse volumique ρ sont constantes dans les sections droites. On négligera la pression atmosphérique ($P_{atm} = 0$).

A. On suppose ici que tous les phénomènes de frottement sont négligeables. Dans ces conditions le fluide peut être assimilé à un **fluide parfait.**

1. (1 pt) Déterminer l'expression de la vitesse V_S de sortie du fluide en fonction de g et H.
2. (1 pt) Déterminer la vitesse V dans le coude en fonction de d, D et V_S
3. (1 pt) Déterminer la pression P_C du fluide dans le coude en fonction de ρ, V_S et V.

B. On considère maintenant l'écoulement d'un **fluide réel** qui introduit des pertes de charge. La conduite de diamètre D a une longueur totale L et un coefficient de perte de charge linéaire λ. Le gicleur et le coude introduisent également des pertes de charge de coefficients respectifs ξ_G et ξ_C, toutes les autres pertes de charge sont négligées.

1. (3 pt) Déterminer la nouvelle vitesse de sortie V_S' au niveau du gicleur.