

MATH1A - EXAMEN DE RATTRAPAGE (2 heures)

Les trois problèmes sont indépendants, vous pouvez les traiter dans l'ordre que vous souhaitez. Il sera tenu compte de la clarté de la rédaction.

I (10 pts)

On considère la fonction  $f: x \mapsto x \exp\left(\frac{3x-1}{x}\right)$ .

- (1 pt) Donner le domaine de définition de  $f$ .
- (1 pt) Etudier la parité de  $f$ .
- (2 pts) Calculer la dérivée de  $f$ .
- (2 pts) Etudier les variations de  $f$  (y compris les limites de  $f$  aux extrémités du domaine de définition).
- (2 pts) Calculer le développement limité généralisé de  $f(x)$  à l'ordre 1 au voisinage de  $+\infty$ .
- (2 pts) En déduire l'équation de l'asymptote au graphe  $\Gamma_f$  au voisinage de  $+\infty$ , et la position de  $\Gamma_f$  par rapport à cette asymptote.

II (7 pts)

On considère la fonction  $g: x \mapsto \frac{x-9}{x^2-2x+3}$ .

- (2 pts) Calculer le développement limité de  $g$  en 0 à l'ordre 2.
- (3 pts) Calculer les primitives de  $g$ .
- (2 pts) En déduire l'aire  $S = \int_0^1 g(x) dx$ .

III (4 pts)

- (2 pts) Calculer les primitives de  $h_1: x \mapsto \frac{\sin(x)}{\cos^3(x)} \ln(\tan(x))$ .
- (2 pts) Calculer les primitives de  $h_2: x \mapsto \cos^2(x) \sin^3(x)$ .