

Examen du 16 juin 2021, 13h30-15h30.

Les documents, les calculatrices et tout objet électronique ne sont pas autorisés. Les exercices sont indépendants. Toutes vos réponses doivent être justifiées.

1. On considère la fonction

$$f(x) = e^x(x^3 - 3x^2 + 2x - 2)$$

- a. Donner le domaine de définition de f .
- b. Calculer les limites au bord du domaine de définition et en $\pm\infty$.
- c. Calculer la dérivée de f .
- d. Trouver tous les points critiques de f .
- e. Étudier le signe de la dérivée, trouver le sens de variation et les extrema de f .

2. Calculer la limite suivante en utilisant le théorème de L'Hôpital :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin(x))^2}{\ln(x+1) - x}.$$

3. Donner une primitive de :

- a. xe^{-x^2} ,
- b. $x^2 \sin(x)$.

4. Calculer les intégrales suivantes :

- a. $\int_1^2 x^2 \ln(x) dx$,
- b. $\int_0^\pi x \sin x dx$.

5. Calculer les trois premiers termes non nuls du polynôme de Taylor en 0 de la fonction définie par :

$$h(x) = \cosh(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}).$$

6. Calculer la limite suivante en utilisant les développements limités et la notation "petit-o" :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - e^x) \sin(x)}{x^2}.$$