

Ma IE 1A

Université de Bourgogne U.F.R des Sciences et Techniques
Licence Sciences L1, semestre 1, filière Electronique-Informatique, année 2020/2021.

Examen de Mathématiques MaIE1A, seconde session, **16 Juin 2021 (durée : 2h)**.
Les documents, les calculatrices et tout autre objet électronique ne sont pas autorisés.
Les 3 exercices sont indépendants. Toutes vos réponses doivent être justifiées.

exercice 1 On se place sur l'ensemble \mathcal{C} des nombres complexes.

1. Donner l'expression algébrique du nombre complexe $\frac{4+i}{-3+2i}$.
2. Résoudre l'équation $z^2 = -5 + 12i$.
3. Déterminer les trois nombres complexes vérifiant l'égalité $z^3 = -27$.

exercice 2 On considère la fonction $f : x \mapsto e^x \ln(x)$.

1. Quel est le domaine de définition de f ?
2. Déterminer les limites en 0^+ (« 0 par valeurs supérieures ») et en $+\infty$ de f .
3. Calculer $f'(x)$ après avoir précisé sur quel ensemble on doit se placer.
4. On pose $u(x) = \ln(x) + \frac{1}{x}$ pour $x > 0$. Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0^+} u(x)$.
5. Calculer $u'(x)$. Montrer que la fonction u est positive sur l'intervalle $]0, +\infty[$.
6. Construire le tableau de variation de f sur son ensemble de définition.
7. Donner l'équation de la tangente au graphe de f en $x = 1$.

exercice 3

1. Soit g une fonction continue sur \mathbb{R} et impaire. Que vaut $\int_{-1}^1 g(x) dx$?
2. Calculer $\int_1^2 \frac{dx}{x(x+2)}$ et $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{dx}{x^2+2}$.
3. En utilisant la méthode d'intégration par parties, déterminer les primitives sur \mathbb{R} de la fonction $x \mapsto x^2 e^{2x}$.
4. Soit h une fonction continue sur \mathbb{R} . Que représente pour h la fonction $x \mapsto \int_0^x h(t) dt$?
5. Quelle est la dérivée sur \mathbb{R} de la fonction $x \mapsto \int_x^{x^3} t^2 e^{2t} dt$?