

## Examen - L2 Session 2 - Info4C - Durée 2H

Université de Bourgogne - 2020/21

Tous les documents sont autorisés

---

### Partie I (10pts)

#### Exercice 1 (3 pts)

A. Donner la forme close et la fonction génératrice pour les suites :

$$a_n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ -1 & \text{si } n = 1 \\ a_{n-1} + 2a_{n-2} & \text{si } n \geq 2, \end{cases}$$

et

$$b_n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ -1 & \text{si } n = 1 \\ 1 & \text{si } n = 2 \\ -b_{n-1} - b_{n-2} - b_{n-3} & \text{si } n \geq 3. \end{cases}$$

B. Quelle relation existe entre les suites  $a_n$  et  $b_n$  ?

#### Exercice 2 (3 pts)

Trouver la forme close et la fonction génératrice pour la suite :

$$c_n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ 4 \cdot c_{n-1} + 3 \cdot 2^n & \text{si } n > 0. \end{cases}$$

#### Exercice 3 (4 pts)

A. (i) Combien de mots peut-on obtenir en permutant les lettres du mot 'assiette' ? (ii) Même question si on interdit que deux lettres identiques soient côte-à-côte.

B. Un caissier veut travailler 5 jours par semaine mais il veut garder au moins le samedi ou le dimanche libre. Combien de possibilités aura-t-il comme choix ?

### Partie II (10pts)

**Exercice 4 (3pts):** Soit  $E$  l'ensemble des couples  $(x, y)$  où  $x$  et  $y$  sont des entiers positifs ou nuls. On définit sur  $E$  la relation  $(x, y) \sim (u, v) \iff 2$  divise  $x - u$  et  $2$  divise  $y - v$ . Montrer que  $\sim$  est une relation d'équivalence sur  $E$ . Déterminer l'ensemble quotient  $E/\sim$ .

**Exercice 5 (4pts):** On considère la relation  $S$  définie sur l'ensemble des couples  $(x, y)$  où  $x$  et  $y$  sont deux entiers strictement positifs:  $(x, y)S(a, b)$  si et seulement si on a :  $x \leq a$ , et  $y$  divise  $b$ .

1) Est-ce une relation d'ordre? Justifiez votre réponse.

2) Dessiner le diagramme de Hasse pour l'ensemble des couples  $(x, y)$  où  $1 \leq x \leq 4$  et  $1 \leq y \leq 4$ .

3) Est-ce un treillis? Si oui, est-il distributif?

**Exercice 6 (3pts):** En utilisant la méthode des tableaux de Karnaugh, donner la forme normale disjonctive de la fonction booléenne d'arité quatre suivante :

$$f(a, b, c, d) = (a \vee b) \wedge (c \vee d) \wedge (a \vee d).$$