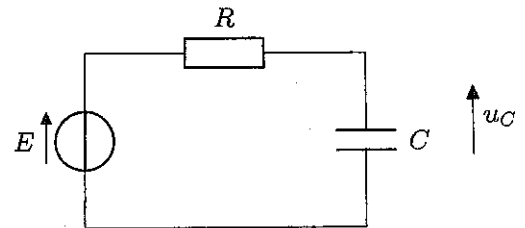


Exercice 1 – Supercondensateur (barème approximatif 7 points)

Le supercondensateur implanté dans un véhicule électrique se différencie d'un condensateur électrochimique classique par sa capacité à accumuler une grande quantité d'énergie (par exemple pendant les phases de freinage et d'accélération). Ils sont donc capables d'envoyer à un appareil électrique une puissance élevée pendant un temps court, ce que ne permet pas une batterie. Ces supercondensateurs stockent une quantité d'énergie plus faible qu'une batterie mais ils la restituent plus rapidement.



Pour étudier un tel condensateur de capacité C , on le monte dans un circuit en série avec un conducteur ohmique de résistance R . Le condensateur est initialement déchargé $u_C(0) = 0$.

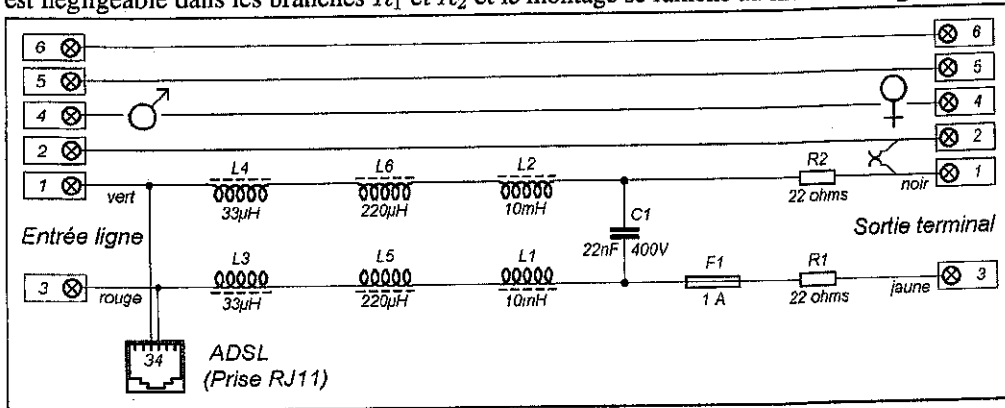


1. Ecrire l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.
2. Montrer que la tension aux bornes du condensateur s'écrit $u_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$ où τ est un paramètre que l'on exprimera en fonction de R et C . Quelle est la dimension de τ ?
3. a) On définit la durée du régime transitoire Δt par la durée pour atteindre 99% de la tension finale. Exprimer Δt en fonction de τ .
 b) On mesure un temps de charge $\Delta t = 6,0 \text{ min} = 360 \text{ s}$. En déduire τ puis la valeur de la capacité C . Cette valeur de capacité est-elle fréquemment rencontrée au laboratoire ?
4. a) Déterminer les expressions des énergies au cours de la charge (entre les instants $t = 0$ et $t \rightarrow \infty$) :
 — \mathcal{E}_R ; dissipée par effet Joule dans la résistance R , la calculer.
 — \mathcal{E}_C ; stockée dans le condensateur de capacité C , la calculer.
 — \mathcal{E}_G ; fournie par le générateur, la calculer.
 b) En déduire le bilan énergétique.

Données $R = 1,00 \Omega$; $E = 2,50 \text{ V}$

Exercice 2 – Filtre ADSL (barème approximatif 13 points)

Pour pouvoir simultanément téléphoner et utiliser internet, il faut équiper les prises téléphoniques d'un filtre ADSL. La figure ci-dessous représente le schéma du cablage électrique d'un filtre ADSL commercialisé (type « gigogne »). La partie de filtre qui nous intéresse est comprise entre les branches 1 et 3 (entrée ligne et sortie terminal). La résistance du téléphone branché à la sortie étant élevée (600 Ω, on peut considérer que l'intensité du courant est négligeable dans les branches R_1 et R_2 et le montage se ramène au filtre de la figure 1.



On considère finalement le filtre suivant. La tension d'alimentation et la tension de sortie s'écrivent respectivement $v_e(t) = U_e \cos \omega t$ et $v_s(t) = U_s \cos(\omega t + \varphi)$

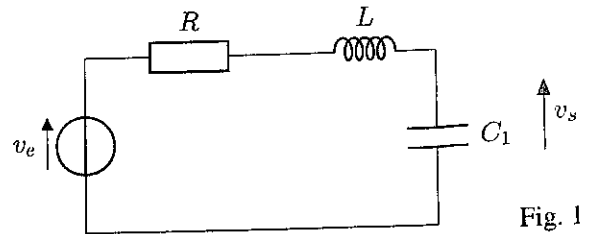


Fig. 1

1. Rappeler les expressions des impédances complexes \underline{Z}_R d'une résistance R , \underline{Z}_C d'un condensateur de capacité C et \underline{Z}_L d'une bobine d'inductance L .
2. a) Justifier que l'association des bobines L_4 , L_6 et L_2 (voir le schéma de cablage) est équivalent à une seule bobine d'impédance $L_{eq} = 10,253 \text{ mH}$ en régime sinusoïdal permanent.
Les bobines ne sont pas idéales et présentent une résistance équivalente $R_{eq} = 23,0 \Omega$ (admis). Le même raisonnement étant valable pour la branche L_3 , L_5 , L_1 , la résistance totale du circuit de la figure 1 est $R = 1,5 \text{ k}\Omega$ et l'inductance totale du circuit de la figure 1 est $L = 20,506 \text{ mH}$ (admis).
3. a) Exprimer la fonction de transfert

$$H(j\omega) = \frac{v_s}{v_e}$$

4. a) Montrer que le gain peut se mettre sous la forme

$$G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(1 - LC_1\omega^2)^2 + R^2 C_1^2 \omega^2}}$$

- b) Calculer $\lim_{\omega \rightarrow 0} G(\omega)$.
- c) Etablir la forme asymptotique $G(\omega) \sim_{\omega \rightarrow \infty} \omega_0^2 / \omega^2$ avec $\omega_0 = 1/\sqrt{LC_1}$.
- d) Calculer ω_0 puis $G(\omega_0)$.
5. a) Tracer sur l'annexe (à rendre avec votre copie) l'asymptote haute-fréquence du gain puis tracer $G(\omega_0)$.
b) Quelle est la nature du filtre? Etablir graphiquement la pulsation de coupure ω_c telle que $G(\omega_c) = 1/\sqrt{(2)}$. Quelle est la fréquence f_c correspondante?
c) Le téléphone, branché en sortie du filtre, ne doit récupérer que les sons audibles, de fréquences $f \leq 5,0 \text{ kHz}$ et ne pas recevoir les signaux internet de fréquences $f \geq 100 \text{ kHz}$. Ce filtre convient-il?

Données $C_1 = 22 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $L = 20,506 \cdot 10^{-3} \text{ H}$; $R = 1,5 \cdot 10^3 \Omega$.

N^o Anonymat

