

CONTROLE TERMINAL – SESSSION 1

Durée : 2h 00 min

~~Pas de documents, pas de téléphone portable. Calculatrice non autorisée~~~~prenez soin de justifier vos réponses et de respecter les notations employées (cela sera pris en compte dans la notation)~~

NOM :

Question en lien avec le cours (cochez le ou les bonnes réponses) :**8 points**

Attention : Les questions proposées peuvent avoir une seule ou plusieurs réponses correctes (voire éventuellement toutes les réponses correctes).

Notation : Au sein de la même question : + ¼ pt par réponse juste ; - ¼ pt par réponse fausse.

1) Les équations de Maxwell :

- ont été formulées au XX^{ième} siècle.
- sont au nombre de 4.
- décrivent uniquement le comportement spatial des ondes.
- ne peuvent être appliquées qu'aux milieux isotropes.
- contiennent intrinsèquement les conditions de continuité des champs électromagnétiques.

2) En optique ondulatoire, on considère généralement que le milieu étudié

- a une permittivité diélectrique nulle
- présente une aimantation nulle
- a une densité surfacique de charge nulle
- est linéaire et homogène
- que le champ magnétique est nul

3) L'onde plane progressive monochromatique :

- est la plus simple des ondes à étudier.
- peut très facilement être décrite par le formalisme de Fourier.
- présente toujours le vecteur de Poynting \vec{S} orthogonal à \vec{D} et \vec{H} quelle que soit la nature du milieu optique de propagation.
- présente toujours le vecteur \vec{k} orthogonal à \vec{D} et \vec{H} quelle que soit la nature du milieu optique de propagation.

4) La transformée de Fourier a les propriétés suivantes :

- $f(t-t_0) \xrightarrow{TF} F(\omega) \exp(-i(\omega+t_0))$.
- $f(at) \xrightarrow{TF} a F(|a|\omega)$.
- $\delta(t-t_0) \xrightarrow{TF} \exp(-i\omega t_0)$.
- $f(t) * g(t) \xrightarrow{TF} F(\omega) * G(\omega)$

5) L'effet Kerr est :

- un effet linéaire.
- un effet non-linéaire.
- permet de contrôler les propriétés de biréfringence grâce à un champ électrique externe.
- affecte la figure de diffraction

6) Les processus d'interférences

- nécessitent une grande stabilité pour être observés.
- permettent de créer de l'énergie.
- sont adaptés aux échantillons transparents.
- permettent de convertir une variation de phase en une variation d'intensité.

7) Pour un interféromètre présentant une différence de marche δ entre deux ondes successives, l'intervalle spectral libre exprimé en GHz sera

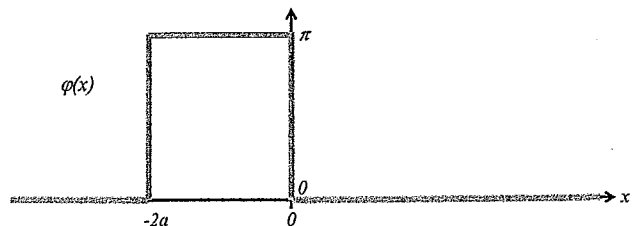
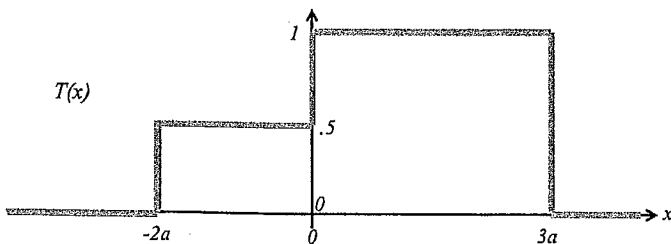
- proportionnel à δ
- inversement proportionnel à δ
- plus faible pour un interféromètre à deux ondes que pour un Fabry Pérot.
- plus élevé pour un interféromètre à deux ondes que pour un Fabry Pérot.
- identique pour un interféromètre à deux ondes et pour un Fabry Pérot.

8) L'angle de Brewster

- trouve des applications en microscopie
- nécessite un matériau anisotrope
- est donné par $\text{Asin}(n_2/n_1)$ avec n_2 et n_1 les indices optiques caractéristiques des milieux concernés.
- découle des lois de Descartes.
- peut être prédit par la construction de Huygens-Fresnel.

9) La fonction transparence pupillaire $f(x)$ donnée figure ci-dessous peut s'exprimer de la manière suivante avec Π_a la fonction porte de largeur a et $T(x)$ et $\varphi(x)$ l'amplitude et la phase de la transparence pupillaire :

- $f(x) = \Pi_{5a}(x) e^{i\pi}$
- $f(x) = -\frac{1}{2} \Pi_{2a}(x+a) + \Pi_{3a}(x-3a/2)$
- $f(x) = \Pi_{2a}(x) e^{i\pi} + \Pi_{3a}(x)$
- $f(x) = \frac{1}{2} \Pi_{2a}(x) * \delta(x+a) e^{i\pi} + \Pi_{3a}(x) * \delta(x-3a/2)$



10) L'image formée par un objet en présence de diffraction

- ne varie pas en fonction de la longueur d'onde
- est influencée par la cohérence de l'éclairage
- peut être calculée en utilisant des transformées de Fourier
- peut être calculée à partir d'une opération de corrélation optique

11) L'échelle de teintes de Michel Levy (ou teintes de Newton)

- permet de connaître les propriétés de lames cristallines
- repose sur un processus d'interférences à deux ondes
- peut expliquer les irisations d'une bulle de savon
- ne dépend pas du réglage de l'analyseur et du polariseur
- est utilisée en microscopie

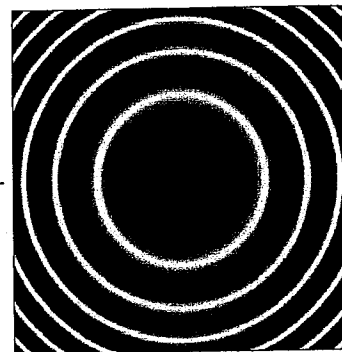
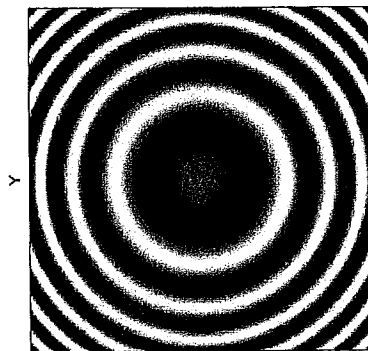
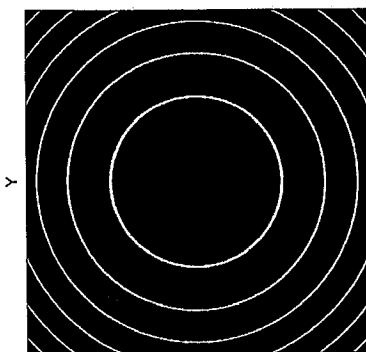
12) La figure de diffraction obtenue par un bord d'écran

- peut être décrite par la diffraction de Fraunhofer si on se place à grande distance
- doit être analysée dans le régime de Fresnel
- peut se calculer grâce à une transformée de Fourier
- peut se prédire en utilisant la spirale de Cornu ou clothoïde

13) Le contraste d'un dispositif interférométrique

- dépend dans le cas du Fabry-Pérot des coefficients de réflectivité mis en œuvre.
- peut être extrêmement bon, même pour un dispositif à deux ondes.
- est meilleur quand les coefficients de réflectivité d'un Fabry-Pérot sont élevés.
- est une donnée peu importante d'un interféromètre

14) Les figures suivantes sont caractéristiques de dispositifs interférométriques.



A

B

C

- Le dispositif A est un Michelson
- Le dispositif C a une finesse plus élevée que le dispositif A
- Le dispositif B peut être un Michelson.
- Le dispositif C est un Fabry-Pérot

15) La théorie d'Augustin Fresnel date du

- XV^{ème} siècle.
- V^{ème} siècle av. JC.
- XIX^{ème} siècle.
- XX^{ème} siècle.

16) Citer trois applications potentielles des couches minces optiques :

17) Les formalismes suivants sont utilisés pour décrire les états de polarisation et leurs transformations :

- formalisme de Jones.
- formalisme de Fraunhofer.
- formalisme de Stokes.
- formalisme de Brewster.

Problème : La microscopie non linéaire

14.5 points

Dans ce problème, nous allons nous intéresser à des configurations optiques exploitées en microscopie non-linéaire. Ce problème ne requiert aucune connaissance particulière en optique non-linéaire. Les quatre parties du problème sont complètement indépendantes.

Partie 1 : Le montage optique de base :

3.75 points

Les microscopies non-linéaires sont basées sur la réponse non-linéaire d'un échantillon lorsque ce dernier est éclairé par un faisceau laser de forte intensité. Le montage est donc constitué d'un laser qui délivre un faisceau lumineux puissant que nous allons considérer, en première approximation, comme étant une onde plane (en toute rigueur, il a un profil gaussien). Le laser ici considéré est un laser de longueur d'onde centrale à 1020 nm (dans le proche infrarouge).

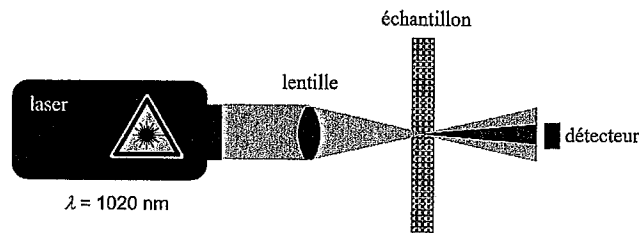


Schéma de principe simplifié du dispositif

P1.1) Quels sont les deux ingrédients indispensables à la réalisation d'un laser ?

0.5 pt

P1.2) Ce laser est constitué par deux miroirs espacés d'une distance L de 3 m, formant une cavité Fabry-Pérot. Quel est l'intervalle spectral libre du laser, ISL, exprimé en Hertz ? Pour le calcul, on fera l'approximation qu'entre les deux miroirs, l'indice optique est 1 et on notera la vitesse de la lumière c dans le vide

0.75 pt

$$ISL = \quad \quad \quad (expression\ analytique) = \quad \quad \quad (valeur\ numérique)$$

Le faisceau laser est focalisé par un dispositif optique de type microscope qui permet d'illuminer l'échantillon à étudier. On assimile ici le microscope à une lentille idéale qui n'introduit aucune aberration. Le diamètre de cette lentille est noté D et sa focale f . La distance d'un point de la lentille par rapport à l'axe optique est notée r et on notera $cerc(r/D)$ la fonction définissant un disque de diamètre D .

P1.3) En optique de Fourier, quelle est la fonction de transmission $f(r)$ qui peut être associée à la lentille considérée ?

0.5 pt

$f(r) =$

P1.4) Comment s'appelle la tache caractéristique qui est obtenue au point de focalisation de la lentille ?

0.25 pt

La forme caractéristique obtenue au point de focalisation est appelée

P1.5) Donnez l'expression analytique du rayon r_f caractéristique de cette tache en fonction de λ , D et f

0.5 pt

$r_f =$

expression littérale

P1.6) On considère un système avec une ouverture numérique $ON = 0.5$. On rappelle que l'ouverture numérique peut être approximée par $ON = D / 2f'$. Calculer la taille caractéristique de la zone illuminée. 0.5 pt

$r_f =$	$=$	
<i>expression littérale en fonction de ON</i>		<i>résultat numérique</i>

La microscopie non-linéaire permet de surmonter les limites traditionnelles dictées par la physique ondulatoire. Lorsqu'un faisceau très puissant arrive sur le matériau à étudier, il va générer un signal de seconde harmonique, i.e. un signal dont la porteuse optique a une fréquence qui est double de la fréquence initiale du laser. C'est ce signal de seconde harmonique qui est enregistré et qu'on va chercher à imager¹.

P1.7) Quelle sera la longueur d'onde λ_{SHG} de ce signal de seconde harmonique ? Dans quel domaine du spectre électromagnétique se situe cette longueur d'onde ? 0.5 pt

$\lambda_{SHG} =$	nm	<i>(résultat numérique)</i>
est situé dans le domaine :		

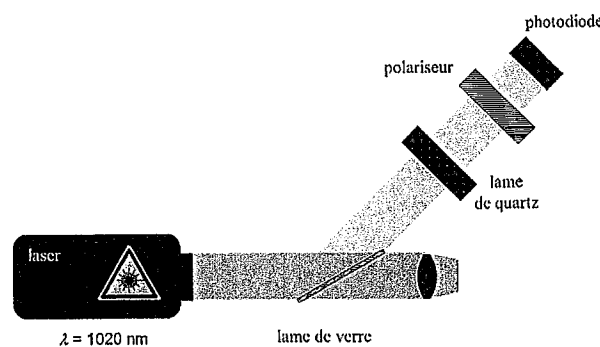
Le signal généré à λ_{SHG} est très faible par rapport à l'illumination puissante du laser à λ . Le récepteur risque donc d'être ébloui par le laser à λ .

P1.8) Quelle technologie peut être mise en œuvre pour isoler le signal à λ_{SHG} ? 0.25 pt

Partie 2 : Étude d'une lame biréfringente :

2.75 points

Le laser étant très puissant, nous souhaitons prélever une petite partie du faisceau pour réaliser l'étude d'un composant biréfringent. Ainsi, dans le montage optique, une lame de verre (indice n) est insérée sur le chemin optique, de manière à être orientée suivant l'angle de Brewster.



P2.1) Rappeler l'expression analytique de l'angle de Brewster θ_B dans les conditions étudiées. 0.5 pt

$\theta_B =$	<i>expression littérale</i>
--------------	-----------------------------

P2.2) Que peut-t-on dire sur la nature de la polarisation du faisceau réfléchi par la lame de verre ? 0.25 pt

¹ https://fr.wikipedia.org/wiki/Microscopie_de_seconde_harmonique

On étudie une lame de quartz qui est un matériau uniaxe positif d'indice ordinaire $n_o = 1.544$ et de biréfringence $\Delta n = 0.01$. L'épaisseur de la lame est $51 \mu\text{m}$.

P2.3) Que vaut l'indice extraordinaire n_e de cette lame ?

0.25 pt

$n_e =$ (valeur numérique)

P2.4) On place la lame sur le trajet du faisceau arrivant dessus en incidence normale. Pour l'instant aucun analyseur n'est utilisé. On tourne la lame dans sa monture de façon à faire varier l'orientation de son axe neutre. Que peut-on alors observer sur le photo-détecteur ?

0.25 pt

P2.5) On insère maintenant un analyseur après la lame. Lorsqu'on fait tourner la lame, on observe une variation de l'intensité lumineuse qui passe par des minima qui sont nuls. Que peut-on en déduire sur la nature de la polarisation après la lame biréfringente ?

0.5 pt

P2.6) Comment peut-t-on expliquer ce résultat connaissant les propriétés de la lame étudiée ?

0.5 pt

P2.7) Qu'observerait-on pour une lame deux fois plus épaisse ? Pour une lame trois fois plus épaisse ?

0.25 pt

Pour une lame deux fois plus épaisse :

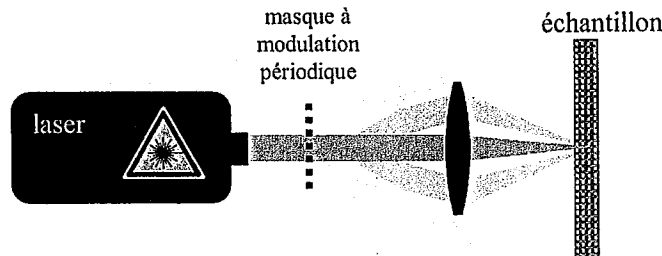
Pour une lame trois fois plus épaisse :

P2.8) Quelle loi permettrait de prédire les variations d'intensité mesurées sur le détecteur ?

0.25 pt

Partie 3 : Amélioration des performances par une modulation spatiale en fréquence :

Une amélioration de la technique a récemment été proposée et démontrée expérimentalement². Elle consiste à recombinaison sur l'échantillon trois faisceaux issus du laser avec des angles pouvant varier. Cette technique permet de générer un signal de seconde harmonique plus efficacement et permet ainsi de gagner un ordre de grandeur sur le temps d'enregistrement des données, ce qui est essentiel pour l'observation de phénomènes biologiques et pour réduire les risques d'altération des échantillons étudiés. L'enjeu est donc de trouver un moyen de générer ces trois faisceaux à partir du laser de référence. L'utilisation d'un élément périodique est alors une solution.

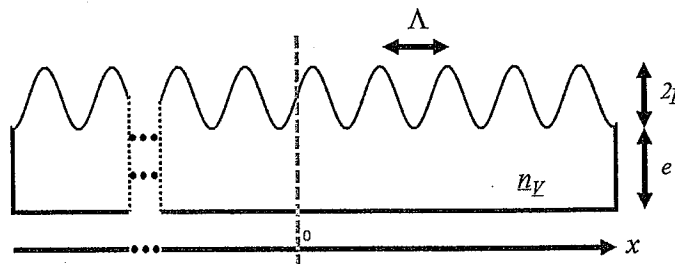


Principe de l'illumination modulée en fréquence spatiale

Partie 3A : Par une modulation sinusoïdale en phase :

4 points

La première solution envisagée est d'utiliser une lame de verre d'indice n_V dont le profil de surface évolue de manière sinusoïdale. La modulation a une amplitude pic-à-pic qui vaut $2p$ et sa fréquence spatiale est notée Λ . Le faisceau laser arrive en incidence normale sur cette lame et le réseau fonctionne en transmission.



lumière incidente
Schéma du réseau de modulation sinusoïdale de phase

P3A.1) Quelle fonction de transparence pupillaire $f_1(x)$ peut être associée à cette lame ? (on pourra ici négliger les termes conduisant à un déphasage constant). 0.5 pt

$f_1(x) =$ (expression littérale)

P3A.2) Rappelez l'expression de la figure de diffraction $I(x')$ donnée par une pupille arbitraire $f(x)$ observée à une distance z (x' étant une coordonnée transverse dans le plan d'observation). L'onde incidente est une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ . On notera F la transformée de Fourier de f . 0.5 pt

$I(x') =$

² "Superresolved multiphoton microscopy with spatial frequency-modulated imaging" par Jeffrey J. Field, Keith A. Wernsing, Scott R. Domingue, Alyssa M. Allende Motz, Keith F. DeLuca, Dean H. Levi, Jennifer G. DeLuca, Michael D. Young, Jeff A. Squier, and Randy A. Bartels, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 113 (24) 6605-6610 (2016), <https://doi.org/10.1073/pnas.1602811113>

Pour prédire les résultats dans le cas qui nous intéresse et sans avoir à faire le calcul explicite de la transformée de Fourier de f_i , il est possible d'utiliser l'identité de Jacobi-Anger³ :

$$e^{iA \sin B} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(A) e^{inB}$$

avec J_n les fonctions de Bessel de première espèce d'ordre n .

P3A.3) Dans quel autre phénomène d'optique ondulatoire, avez-vous eu à utiliser des fonctions de Bessel ? 0.25 pt

P3A.4) Identifiez les paramètres A et B avec les paramètres physiques impliqués dans le problème étudié dans cette partie. 0.5 pt

$A =$

$B =$

P3A.5) En déduire le paramètre physique du réseau qui influence la déviation du faisceau et le paramètre qui joue sur l'amplitude des différents ordres de diffraction. 0.25 pt

Paramètre physique jouant sur l'angle de déviation =

Paramètre physique jouant sur l'amplitude des ordres diffractés =

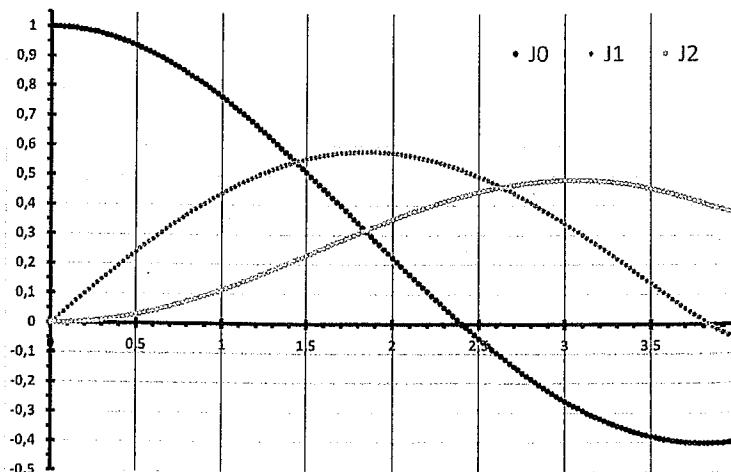
P3A.6) En déduire l'intensité du premier ordre diffracté ainsi que celle du faisceau non dévié. 0.5 pt

Intensité du faisceau non-dévié =

Intensité du premier ordre diffracté =

L'évolution des fonctions de Bessel $J_n(x)$ de première espèce et d'ordres 0, 1 et 2 en fonction de x a été tracée sur la figure ci-dessous.

Représentation graphique des fonctions de Bessel d'ordre 0, 1 et 2
(courbe calculée avec Ms Excel)



³ https://en.wikipedia.org/wiki/Jacobi%E2%80%93Anger_expansion

P3A.7) En utilisant le graphique précédent, quelle valeur du réseau faut-t-il utiliser si l'on souhaite faire disparaître le pic central dans la figure de diffraction ? 0.5 pt

=

P3A.8) En utilisant le graphique précédent, quelle valeur du réseau faut-t-il utiliser si l'on souhaite avoir l'ordre central et l'ordre 1 de la figure de diffraction avec la même intensité ? 0.5 pt

=

P3A.9) Que peut-on prédire si on se place à une valeur de 3.1 ? 0.5 pt

Partie 3B : Par une modulation binaire d'amplitude :

3 points

On considère maintenant une solution où le réseau introduit est un dispositif modulant l'intensité spatiale de manière binaire avec une période Λ .

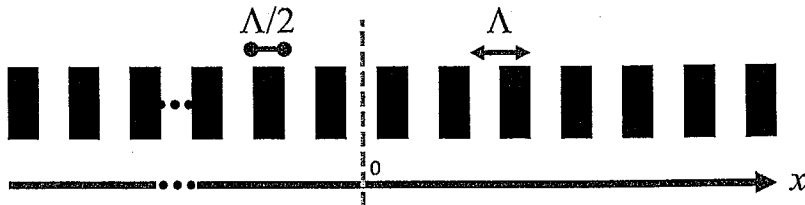


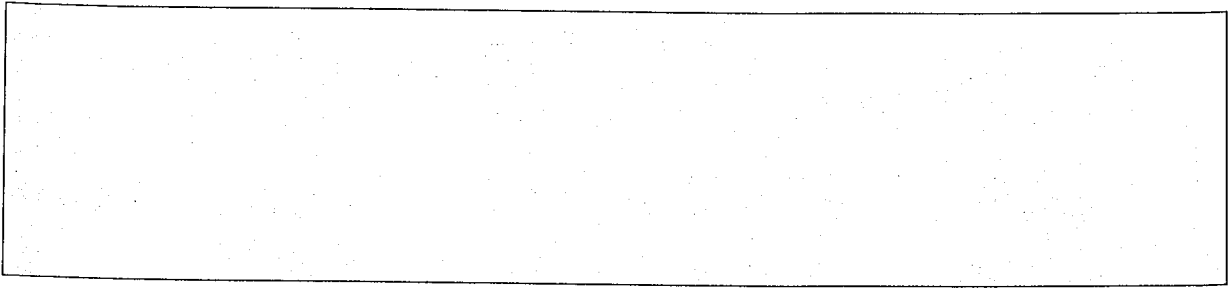
Schéma du réseau de modulation d'amplitude binaire

P3B.1) Exprimez la fonction de transparence pupillaire f_2 associée à ce réseau en fonction de Λ . Vous pourrez pour cela utiliser les fonctions porte Π et la fonction peigne de Dirac III . 0.5 pt

$f_2(x) =$

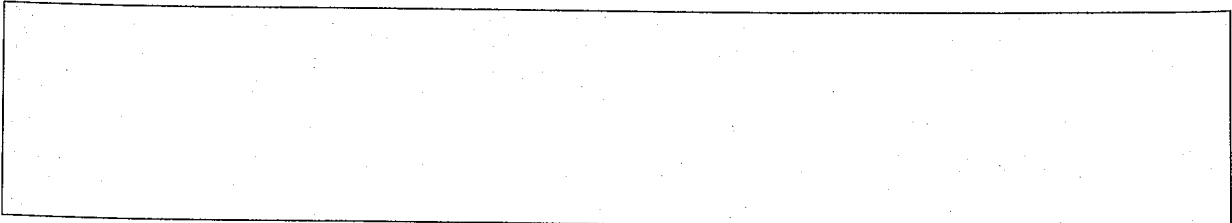
P3B.2) En déduire la figure de diffraction associée. 0.75 pt

On rappelle que : $\text{III}_T(t) \xrightarrow{TF} \frac{2\pi}{T} \text{III}_{2\pi/T}(\omega)$ et que $\Pi_a(t) \xrightarrow{TF} a \text{sinc}\left(\frac{a\omega}{2}\right)$



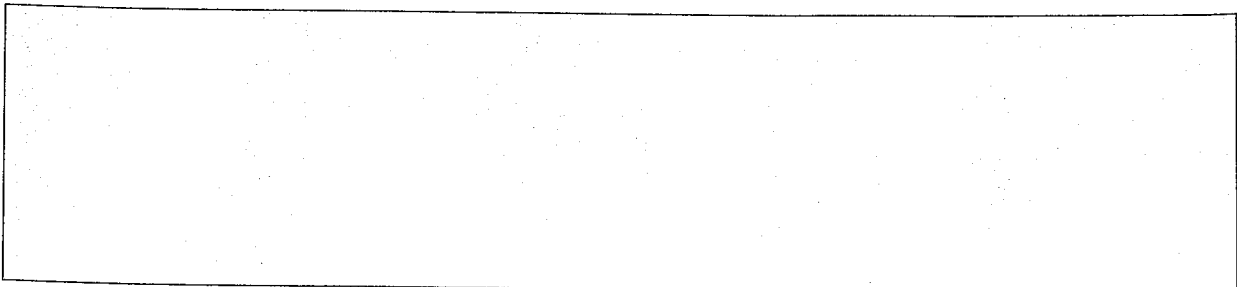
P3B.3) En déduire la direction vers laquelle est diffracté le premier ordre.

0.5 pt



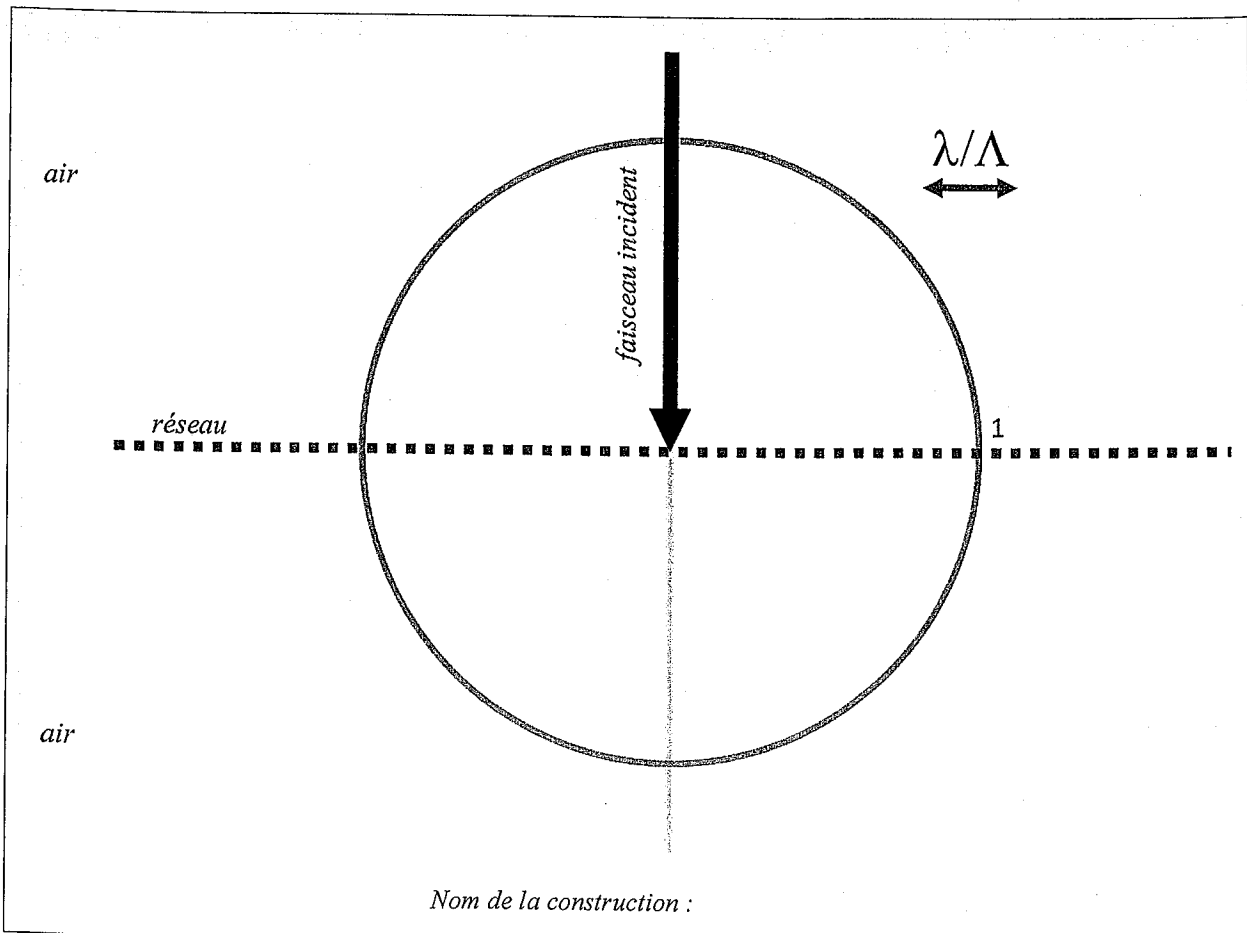
P3B.4) Est-ce que ce résultat est cohérent avec une autre loi que vous connaissez pour les réseaux ? (Énoncez cette loi)

0.5 pt



P3B.5) Compléter la construction ci-dessous et retrouvez graphiquement les directions de diffraction pour le rapport λ/Λ indiqué sur la figure.

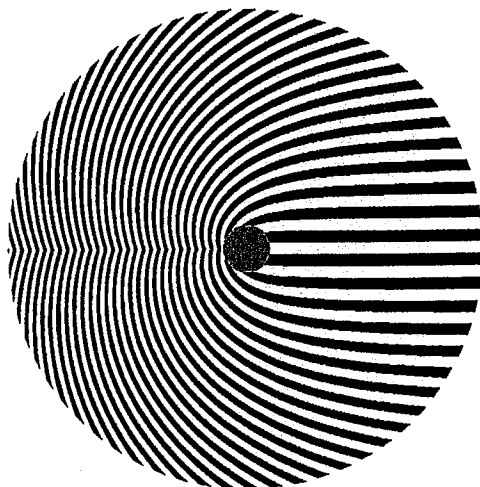
0.75 pt



Partie 3C : Par un masque circulaire :

1 points

La limite des deux solutions précédentes est qu'une fois le réseau choisi, la direction des rayons diffractés est fixée. Or pour certaines applications de microscopie, il peut être très intéressant de varier les directions d'orientation des faisceaux. Pour cela, le dispositif circulaire suivant a été testé :

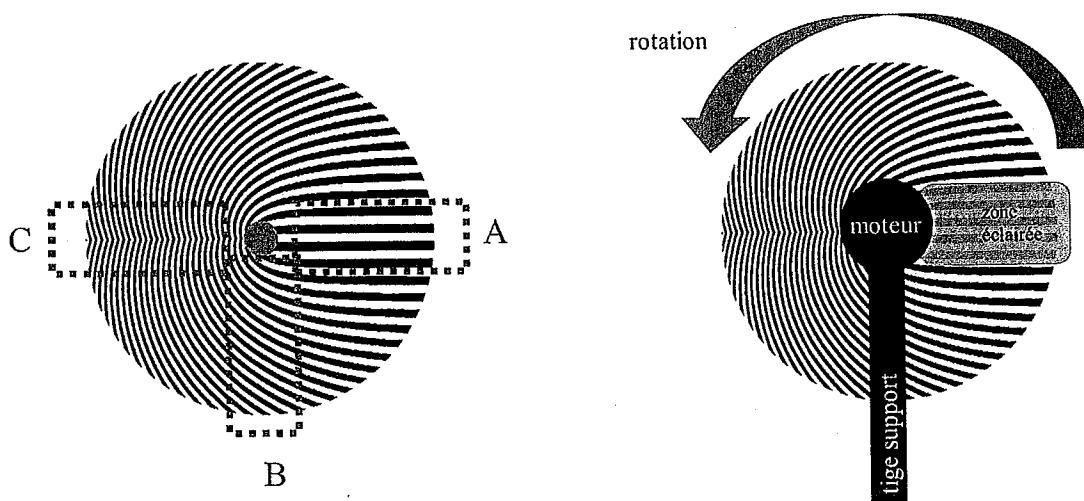
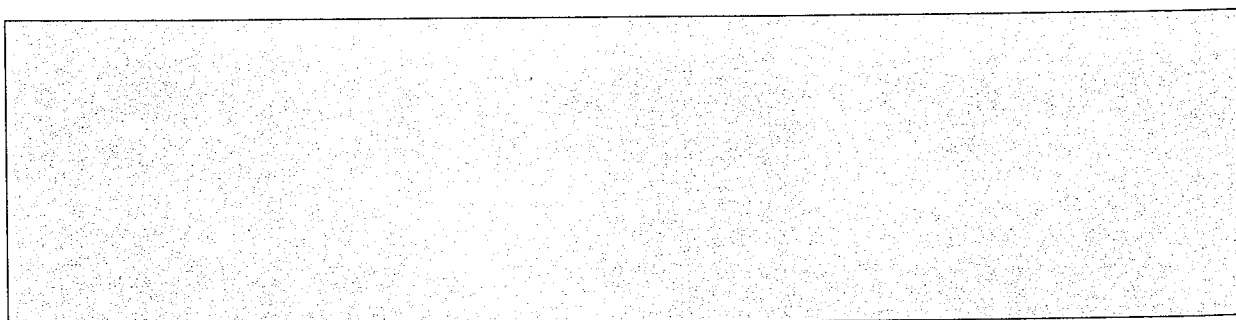


La fonction de transparence de ce masque est donnée en coordonnées polaires (r, φ) par ⁴ :

$$f_3(r, \varphi) = \frac{1}{2} + \text{sgn}(\cos(\Delta k r \varphi)) / 2$$

avec Δk la fréquence spatiale la plus faible du disque et sgn la fonction signe.

P3C.1) Que peut-t-on dire sur les fréquences spatiales vues par le faisceaux lorsqu'il éclaire les zones A, B et C représentées ci-dessous ? Que peut-on en déduire sur les déviations angulaires θ_A , θ_B et θ_C des faisceaux dans les zones A, B et C ? 0.5 pt



⁴ Camille Scotté, Siddharth Sivankutty, Patrick Stockton, Randy A. Bartels, and Hervé Rigneault, "Compressive Raman imaging with spatial frequency modulated illumination," Opt. Lett. 44, 1936-1939 (2019)

Le disque n'est pas centré sur le faisceau. Il est légèrement décalé par rapport à l'axe optique du montage et il est monté sur un moteur rotatif rapide.

P3C.2) Quel est l'avantage pratique de cette solution ?

0.5 pt

