

Epreuve écrite de Mai 2021 – Durée 2 heures

EPREUVE SANS DOCUMENTS, LES CALCULATRICES SONT AUTORISÉES
LES TROIS EXERCICES SONT INDÉPENDANTS

I – Barre de plastique

On considère une barre de section droite uniforme, de longueur l_0 en l'absence de toute force appliquée, constituée d'une matière plastique homogène. Soit T la température (uniforme) de la barre. On précise que l_0 ne dépend pas de T . Sous l'action d'une force de traction longitudinale f , la longueur de la barre prend une valeur l , et on a la relation empirique (équation d'état) $f = aT^2(l - l_0)$ où a est une constante positive. Les variables qui décrivent la barre sont T , l et f . Lors d'une transformation infinitésimale réversible, l'expression du travail est $\delta W = fdl$, et la quantité de chaleur reçue par la barre s'écrit $\delta Q = C_l(T, l)dT + h(T, l)dl$. L'expérience montre que la capacité calorifique à longueur constante en l'absence de force f dépend de la température selon la loi $C_l(T, l_0) = bT$ où b est une constante positive.

I.1 – Comment varie la longueur de la barre lorsque l'on élève sa température à traction constante ?

I.2 – (i) Ecrire les différentielles de l'énergie interne dU , de l'énergie libre dF , de l'enthalpie libre dG et de l'entropie dS .

(ii) Montrer que

$$h(T, l) = -2aT^2(l - l_0)$$

(iii) En déduire que

$$C_l(T, l) = -aT(l - l_0)^2 + bT$$

I.3 – (i) Déterminer, à une constante S_0 près, la fonction entropie $S(T, l)$ de la barre. (ii) En déduire la variation d'entropie ΔS de la barre lorsque l'on passe d'un état initial à la température T_0 sans force appliquée à un état final de longueur l à la température T . (iii) La transformation précédente se fait en plus de manière adiabatique. Déterminer la variation de température ΔT de la barre. Que remarque-t-on concernant le signe de ΔT ?

II – Equilibre liquide-vapeur de l'azote

On considère de l'azote N_2 en équilibre dans les phases liquide et vapeur. On note P la pression de l'azote et u son volume massique.

Données : Pressions de vapeur saturante, $P_{s,1} = 10$ bar à $T_1 = 104$ K et $P_{s,2} = 25$ bar à $T_2 = 120$ K; Pentas de la courbe d'équilibre, $(dP_s/dT)_1 = 0.6543$ bar.K⁻¹ à $T_1 = 104$ K et $(dP_s/dT)_2 = 1.261$ bar.K⁻¹ à $T_2 = 120$ K; Température du point critique, $T_C = 126.19$ K.

II.1 – Soit la courbe $P(u)$ en annexe (à rendre avec la copie). (i) Situer le point critique C sur cette courbe. (ii) Indiquer les zones de (co-)existence des phases vapeur (V) et liquide (L). (iii) Indiquer les noms des différentes parties de la courbe $P(u)$.

- II.2** – Soit l_{vap} la chaleur latente de vaporisation de N_2 . On note u_l et u_v les volumes massiques des phases liquide et vapeur. Donner la formule de Clapeyron exprimant l_{vap} en fonction des paramètres thermodynamiques. On précisera les unités et la signification des différents termes.
- II.3** – On étudie l'équilibre de N_2 à $T_1 = 104 \text{ K}$. (i) On note $u_{l,1}$ et $u_{v,1}$ les volumes massiques du liquide et de la vapeur à cette température. Représenter, sur le diagramme $P(u)$, en justifiant la construction, l'allure de la courbe isotherme à cette température, en tenant compte des données. (ii) En déduire les valeurs numériques de $u_{l,1}$ et $u_{v,1}$. (iii) Calculer la valeur de la chaleur latente $l_{\text{vap},1}$ à T_1 .
- II.4** – On étudie l'équilibre de N_2 à $T_2 = 120 \text{ K}$. Déterminer la valeur de la chaleur latente $l_{\text{vap},2}$ à T_2 . On notera les volumes massiques $u_{l,2}$ et $u_{v,2}$.
- II.5** – Que vaut la chaleur latente $l_{\text{vap},C}$ à la température critique T_C ? Justifier la réponse. Décrire qualitativement l'évolution de l_{vap} en fonction de la température T .

III – Condensateur

On considère un condensateur plan entre les armatures duquel se trouve un diélectrique (céramique isolante) de permittivité absolue notée ϵ . On suppose que $\epsilon = \epsilon(T)$, où T est la température absolue. Le système est décrit par trois variables thermodynamiques, E (champ électrique), D (déplacement électrique) ainsi que la température T . Le seul travail est celui des forces électriques, $\delta W = E dD$. On rappelle la relation entre D et E (équation d'état), $D = \epsilon(T)E$. Les variables indépendantes sont E et T . On note U , S , F et G , l'énergie interne, l'entropie, l'énergie libre et l'enthalpie libre de ce système.

- III.1** – Montrer que pour une transformation réversible passant de l'état (E, T) à l'état $(E + dE, T + dT)$,

$$\delta W = \epsilon E dE + E^2 \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial T} \right)_E dT = \epsilon E dE + E^2 \frac{d\epsilon}{dT} dT$$

- III.2** – (i) Indiquer la définition de F et montrer que $dF = -S dT + E dD$. (ii) On définit l'enthalpie pour ce problème par $H = U - DE$. Calculer dH . Définir de même l'enthalpie libre G et calculer dG .

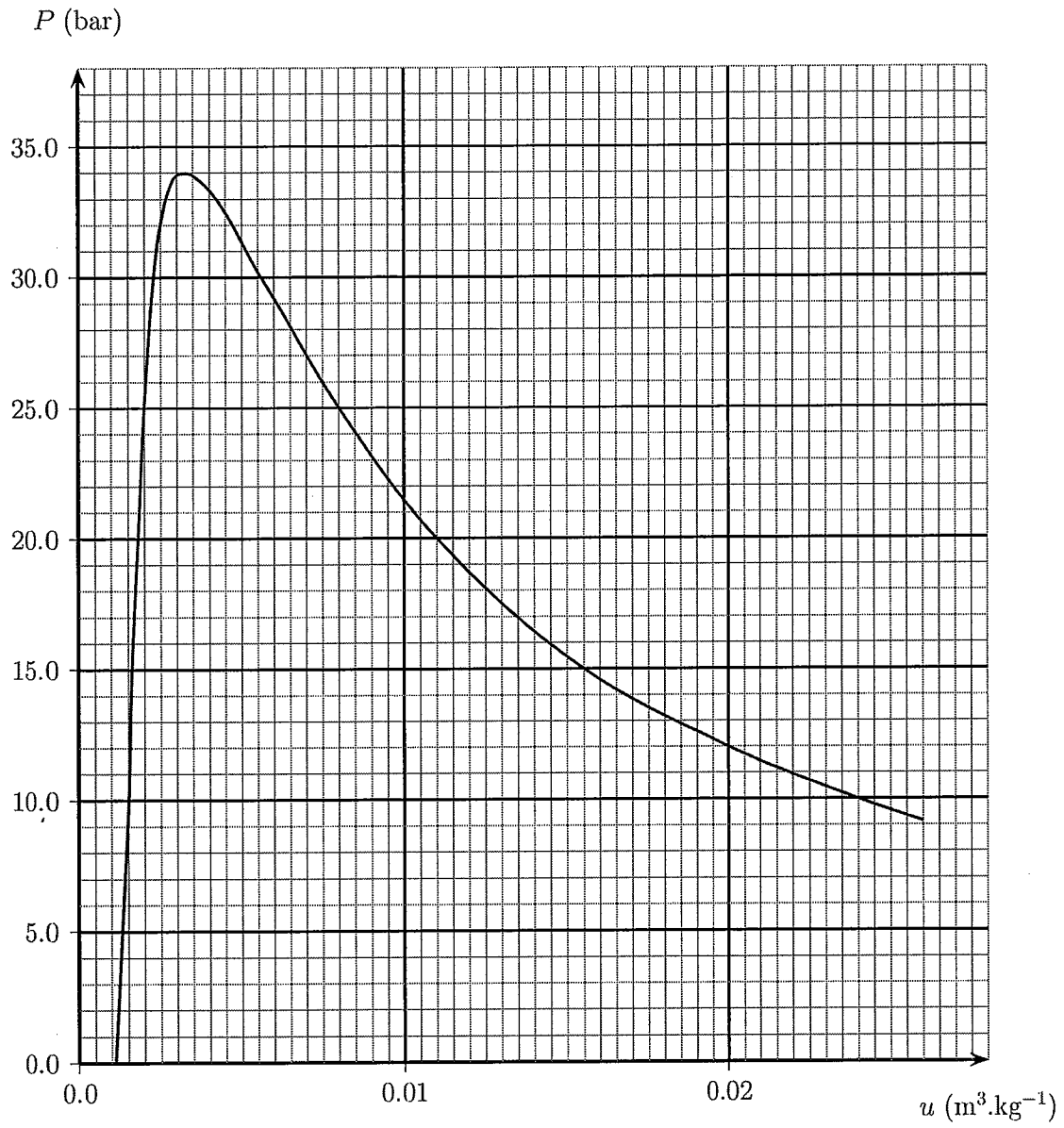
- III.3** – (i) Soit C_E la capacité calorifique à champ électrique constant. La quantité élémentaire de chaleur est donnée par $\delta Q = C_E dT + \lambda dE$. Montrer que

$$\lambda = TE \frac{d\epsilon}{dT} \text{ et } \left(\frac{\partial C_E}{\partial E} \right)_T = TE \frac{d^2 \epsilon}{dT^2}$$

(ii) En déduire l'expression de la fonction $C_E(T, E)$. On notera $C_E(T, 0)$ la constante d'intégration.

- III.4** – On charge réversiblement de façon isotherme le condensateur en faisant passer le champ électrique de 0 à E . Exprimer la quantité de chaleur Q , le travail W ainsi que ΔU , ΔS et ΔF pour cette transformation.

Numéro d'anonymat : _____



Equilibre liquide-vapeur de l'azote