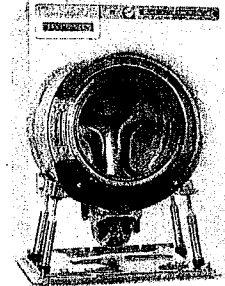


Exercice 1 – Vibrations d'un moteur (barème approximatif 10 points)

Lorsqu'un moteur imparfaitement équilibré fonctionne, un balourd provoque des vibrations du châssis et il est nécessaire de prévoir un système de suspension. C'est par exemple le cas d'un lave-linge dans lequel la position du linge empêche d'équilibrer le tambour.



Le moteur est assimilé à un point matériel de masse m et la suspension est modélisée par un ressort de longueur à vide l_0 et de constante de raideur k , placé en parallèle avec un amortisseur qui exerce une force de frottement $\vec{f}_v = -\alpha\vec{v}$ (voir figure 2). La présence d'un balourd provoque l'apparition d'une force supplémentaire de la forme d'excitation sinusoïdale $\vec{F}_e = F_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$ où ω est la pulsation (vitesse angulaire) du moteur.

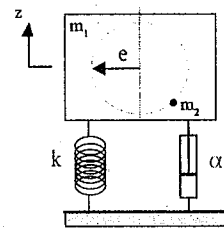


Figure 1

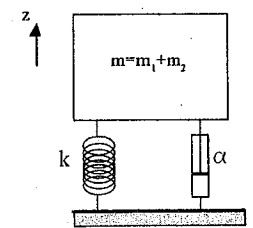


Figure 2

1. Faire trois schémas montrant : le ressort à vide, le ressort avec la masse m à l'équilibre et le ressort avec la masse m à un instant quelconque.
2. Dans un premier temps, on suppose le moteur à l'arrêt ($\vec{F}_e = \vec{0}$ et $\vec{f}_v = \vec{0}$).
On note l_{eq} la longueur du ressort à l'équilibre. Exprimer l_{eq} en fonction de l_0 , k , m et g (ne pas la calculer).
3. On note $z(t) = l - l_{eq}$. Montrer que le mouvement de la masse m est régie par l'équation différentielle

$$\ddot{z} + 2\lambda\dot{z} + \omega_0^2 z = \frac{F_0}{m} \cos \omega t$$

où l'on précisera les expressions de ω_0 et λ . Calculer ω_0 et λ .

4. On étudie dans la suite le régime sinusoïdal forcé à la pulsation ω . Utilisons la grandeur complexe \underline{z} associée à $z(t) = Z_m \cos(\omega t + \phi)$:

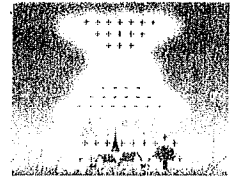
$$\underline{z} = Z_m e^{j(\omega t + \phi)}$$

- a) Exprimer l'amplitude Z_m des oscillations du mobile.
- b) Exprimer et calculer $Z_{max} = Z_m(\omega_0)$.
- c) Tracer qualitativement $Z_m(\omega)$.
- d) Le balourd tourne à $\omega = 1000 \text{ tours/min} = 105 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Calculer $Z_m(\omega)$. Vérifiez que le système est bien dimensionné pour éviter des déplacements trop importants.

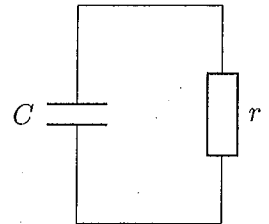
Données $m = 10,0 \text{ kg}$; $k = 1,00 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$; $\alpha = 250 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$; $F_0 = 45 \cdot 10^3 \text{ N}$; $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Exercice 2 – Eclair orageux (barème approximatif 6 points)

La foudre est une décharge électrique entre un nuage orageux chargé et la Terre. Le nuage orageux est généralement du type cumulo-nimbus (en forme d'enclume, de couleur sombre à la base). La base de ces nuages, situé à l'altitude $z_0 = 2$ km, est chargée d'humidité alors que leur sommet, à 14 km d'altitude environ, est occupé par des particules de glace. Les mouvements d'air provoquent des frottements entre les micro-particules de glace et les gouttes d'eau ce qui conduit à charger le nuage par friction. Le bilan peut être représenté par un nuage chargé négativement à sa base et positivement à son sommet. Le nuage chargé fait apparaître sur la Terre, par influence électrique, une charge de signe opposé, donc positive. Lorsque la différence de potentiel électrique entre la base du nuage et le sol terrestre devient trop importante, une décharge électrique se produit entre le nuage et le sol, correspondant à la foudre.

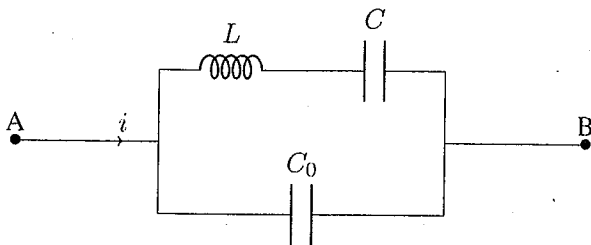


On veut estimer l'énergie mise en jeu lors d'un éclair orageux. On assimile le système Terre-nuage à un condensateur de capacité C et lors de l'éclair, l'atmosphère est assimilée à une résistance r . Le condensateur est initialement chargé : $u_C(0) = E$.



1. a) Faire un schéma du montage en indiquant l'orientation du courant et des tensions.
 b) Ecrire l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.
 c) Exprimer $u_C(t)$, en tenant compte de la condition initiale $u_C(0) = E$. Calculer $\tau = rC$.
2. a) Exprimer l'intensité du courant dans le circuit.
 b) Déterminer l'énergie \mathcal{E}_r dissipée par effet Joule dans l'atmosphère (assimilée à la résistance r) au cours de la décharge. La calculer.
 c) Estimer la puissance correspondante en l'assimilant à $P = \mathcal{E}_r/(rC)$.

Données $C = 2,0$ F ; $r = 5,0 \cdot 10^{-3}$ Ω ; $E = 1,0 \cdot 10^4$ V

Exercice 3 – Quartz Piezo-électrique (barème indicatif 4 pts)

On considère le schéma électrique simplifié d'un quartz piézo-électrique destiné à servir d'étalon de fréquence dans une horloge. Le dipôle AB est alimenté par une tension sinusoïdale de pulsation ω .

1. a) Exprimer l'impédance complexe Z_{AB} .
 b) Exprimer son module $|Z_{AB}|$. Quelle est l'unité de $|Z_{AB}|$?
2. a) Déterminer les pulsations ω_1 pour laquelle $|Z_{AB}(\omega_1)| = 0$ et ω_2 telle que quelle $\lim_{\omega \rightarrow \omega_2} |Z_{AB}| = +\infty$ ($\omega_2 \neq 0$).
 b) Calculer ω_1 et ω_2 .

Données $L = 1,0$ mH ; $C = 2,0$ nF ; $C_0 = 10$ nF ;