

MATH1A - CONTRÔLE TERMINAL (2 heures)

Les trois problèmes sont indépendants, vous pouvez les traiter dans l'ordre que vous souhaitez. Il sera tenu compte de la clarté de la rédaction.

I (10 pts)

On considère la fonction $f: x \mapsto x \exp\left(\frac{x-2}{x-4}\right)$.

1. (1 pt) Donner le domaine de définition de f .
2. (1 pt) Etudier la parité de f .
3. (2 pts) Calculer la dérivée de f .
4. (2 pts) Etudier les variations de f (y compris les limites de f aux extrémités du domaine de définition).
5. (2 pts) Calculer le développement limité généralisé de $f(x)$ à l'ordre 1 au voisinage de $+\infty$.
6. (2 pts) En déduire l'équation de l'asymptote au graphe Γ_f au voisinage de $+\infty$, et la position de Γ_f par rapport à cette asymptote.

II (7 pts)

On considère la fonction $g: x \mapsto \frac{x-7}{x^2-x+3}$.

1. (2 pts) Calculer le développement limité de g en 0 à l'ordre 2.
2. (3 pts) Calculer les primitives de g .
3. (2 pts) En déduire l'aire $S = \int_0^1 g(x) dx$.

III (4 pts)

1. (2 pts) Calculer les primitives de $h_1: x \mapsto \frac{\sin(x)}{\cos^3(x)} \ln(\tan(x))$.
2. (2 pts) Calculer les primitives de $h_2: x \mapsto \cos(x) \sin^3(x)$.