Info3B, 2020-2021, partie Synthèse d'Images

Temps conseillé : 1 heure

Jeudi 17 décembre 2020

Documents autorisés : 2 feuilles **A4** recto-verso manuscrites.

Machine à calculer, téléphone et autres sont interdits.

Il sera tenu compte de la clarté des explications et de la rigueur dans les démonstrations. Les abréviations et le langage **SMS** provoquent des bugs chez le correcteur.

Dans les codes POV-Ray, il n'est pas demandé de mettre la caméra, une lumière, les inclusions des librairies idoines.

On se place dans l'espace affine $\mathcal{E}_3$ de dimension 3 muni du repère orthonormé direct $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.

Exercice 1. Considérons un point quelconque A de coordonnées $(x_A; y_A; z_A)$.

1. Quels calculs permettent d'obtenir x_A, y_A puis z_A ? Ecrire le code POV-Ray correspondant (on commencera par affecter à la variable A les coordonnées du point A).

2. Ecrire comment obtenir x_A, y_A puis z_A avec POV-Ray sans faire les calculs de la question 1.

(a) Vue 1 (b) Vue 2 (c) Vue 3

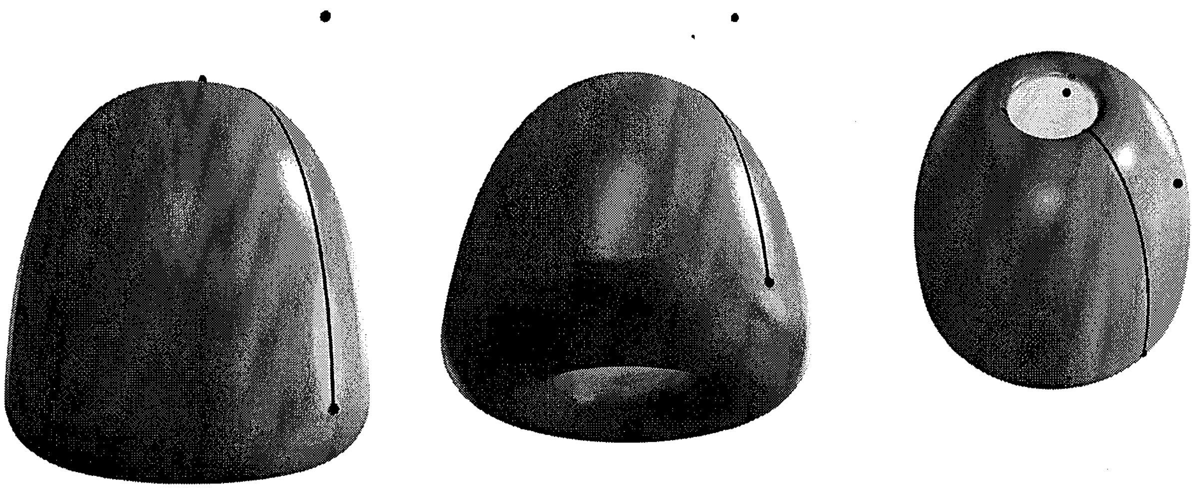

Figure 1: L'œuf troué, trois vues.

Exercice 2. *Le but de l'exercice est la création d'un œuf troué, figure 1, composé à partir :*

- *du tore* $\mathscr{T}$, *d'axe vertical, de centre* $O_1\,(0;0;-2)$, *de rayon majeur* $R = 2$ *et de rayon mineur* $r = 1$;
- *du plan* $\mathscr{P}$ *d'équation* $z = -2$;
- *du cylindre* $\mathscr{C}$, *sans fond et sans couvercle, d'une hauteur* $h = 4$, *de rayon* $r_{\mathscr{C}}$, *d'axe* $\left(O;\overrightarrow{k}\right)$, *délimité en bas par le plan* $\mathscr{P}$;
- *d'une « calotte sphérique »* $\mathscr{S}$ *centrée en* $O_2\,(0;0;2)$, *de rayon* $r_{\mathscr{S}}$ *délimitée par les plans* $\mathscr{P}_1$ *et* $\mathscr{P}_2$ *d'équations respectives* $z = 2$ *et* $z = \frac{5}{2}$;
- *d'une surface de révolution* $\mathscr{L}$ *définie par une courbe de Bézier cubique de point de contrôle* A_2, P_1, P_2 *et* A_3.
- *du cylindre* $\mathscr{C}_2$ *de rayon* $r_2 = \frac{A_2B_2}{2}$, *d'axe* $\left(O;\overrightarrow{k}\right)$, *délimité par le plan* $\mathscr{P}_1$ *et le plan* $\mathscr{P}_3$ *d'équation* $z = 3$.

Une schéma de la construction dans le plan d'équation $y = 0$ *est donné par la figure 4.*

Question 1. : La partie du tore à garder est celle qui est sous le plan $\mathscr{P}$, figure 2(a).

1. Donner le vecteur normal unitaire de $\mathscr{P}$ (en respectant les contraintes liées à `POV-Ray`);
2. Ecrire l'arbre `C.S.G.` permettant d'obtenir la bonne partie du tore;
3. Déterminer, en fonction de R, r et des coordonnées de O_1, les coordonnées de A_0, B_0 et A_3;
4. Ecrire le code `POV-Ray` correspondant sachant que le tore (resp. plan) est de couleur rouge (resp. bleue).

Question 2. : Le cylindre $\mathscr{C}$, figure 2(b).

1. Calculer, en fonction de R, r et éventuellement des coordonnées de O_1, le rayon $r_{\mathscr{C}}$ du cylindre $\mathscr{C}$;
2. Ecrire le code `POV-Ray` permettant d'afficher le cylindre de couleur jaune. On n'oubliera pas d'affecter à la variable `O2` les coordonnées idoines.

Question 3. : La construction de la « calotte sphérique » $\mathscr{S}$, figures 3, se fait en trois temps :

Etape 1 Préciser la valeur du rayon $r_{\mathscr{S}}$ de la sphère $\mathscr{S}$.

Etape 2 Construction du solide défini par la boule de frontière $\mathscr{S}$ délimité par les plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$, figure 3(a);

Etape 3 Forage d'un trou dans ce solide en utilisant le cylindre $\mathscr{C}_2$, figure 3(b).

1. Calculer, en fonction des autres variables déjà définies, le rayon $r_2 = \frac{A_2B_2}{2}$. La distance du point O_2 à la droite (A_2B_2) est $\frac{1}{2}r_{\mathscr{S}}$.
2. Ecrire l'arbre `C.S.G.` permettant d'obtenir la « calotte sphérique » $\mathscr{S}$;
3. Ecrire le code `POV-Ray` correspondant en sachant que la « calotte sphérique » $\mathscr{S}$ est de couleur verte.

Question 4. : La surface de révolution $\mathscr{L}$.

Le premier (resp. dernier) point de contrôle de la courbe de Bézier cubique est A_2 (resp. A_3).

1. Sur la figure 4, tracer (en expliquant) l'objet géométrique Δ (droite, cercle...) où doit se trouver P_1, deuxième point de contrôle de la courbe de Bézier cubique;

2. Placer P_1 sur Δ.

3. Dans le plan d'équation $y = 0$, le point P_2 appartient à la tangente au tore T en A_3 et a la même cote que le point P_1. Tracer P_2 sur la figure 4.

4. Ecrire le code POV-Ray permettant de tracer la surface de révolution $\mathcal{L}$ définie par la courbe de Bézier de points de contrôle A_2, P_1, P_2 et A_3 de couleur cyan. La couleur sera définie par ses composantes en rouge, vert et bleu.

(a) Question 1 (b) Question 2

Figure 2: L'oeuf troué, construction jusqu'à la « calotte sphérique »

(a) Etape 2 (b) Etape 3

Figure 3: L'oeuf troué, construction de la « calotte sphérique », question 3

Schéma de la construction qu'il est possible de rendre avec la copie.

Numéro d'anonymat :

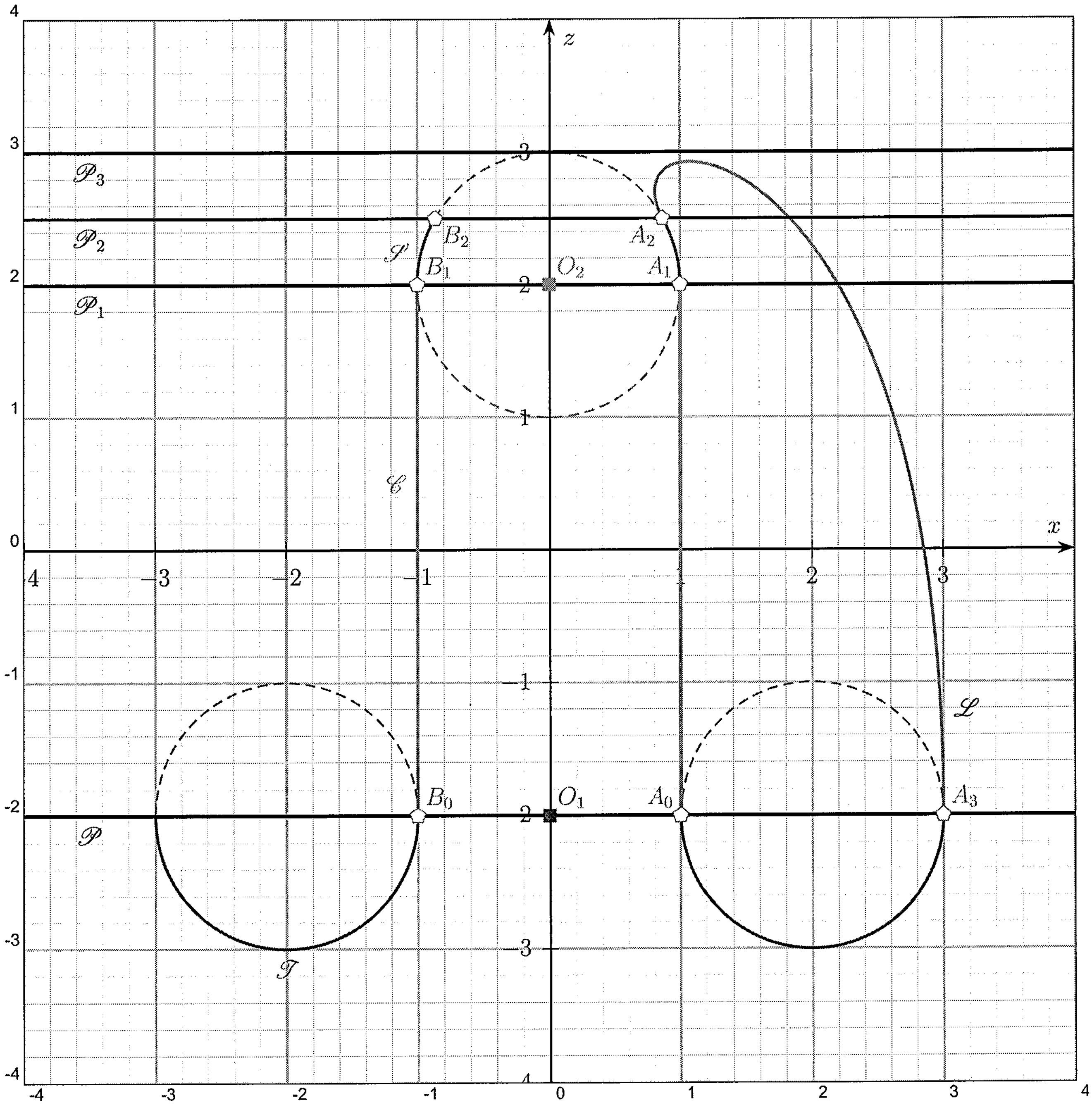

Figure 4: Coupe, dans le plan d'équation $y = 0$, permettant la construction de l'oeuf de la figure 1.