

Examen - Licence 2 - Info4C - Durée 2H

Université de Bourgogne - 2020/21

Tous les documents sont autorisés

Partie I (7pts)

Exercice 1 (4pts):

A. Trouver la forme close et la fonction génératrice pour les suites :

$$\bullet a_n = \begin{cases} 0 & \text{si } n = 0 \\ 1 & \text{si } n = 1 \\ 25 \cdot a_{n-2} & \text{si } n \geq 2. \end{cases}$$
$$\bullet b_n = \begin{cases} 0 & \text{si } n = 0 \\ 1 & \text{si } n = 1 \\ 0 & \text{si } n = 2 \\ b_{n-1} + 25 \cdot b_{n-2} - 25 \cdot b_{n-3} & \text{si } n \geq 3. \end{cases}$$

B. Quelle relation existe entre la suite $(a_n)_{n \geq 0}$ et $(b_n)_{n \geq 0}$.

Exercice 2 (1pt): Trouver la forme close et la fonction génératrice pour la suite :

$$c_n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ 4 \cdot c_{n-1} - 2^n & \text{si } n \geq 1. \end{cases}$$

Exercice 3 (2pts): Parmi les permutations de l'ensemble $\{a, b, c, d, e\}$ combien y en a-t-il qui ne contiennent ni ab ni cde ?

Exemple : $ecabd$ contient ab , et $bcdea$ contient cde .

Partie II (13pts)

Exercice 4 (4pts): Soit E l'ensemble des couples (x, y) où x et y sont des entiers positifs ou nuls. On définit sur E la relation $(x, y) \sim (u, v) \iff 2$ divise $x - u$ et 2 divise $y - v$. Montrer que \sim est une relation d'équivalence sur E . Déterminer l'ensemble quotient E/\sim .

Exercice 5 (6pts): On considère la relation \mathcal{S} définie sur l'ensemble des couples (x, y) où x et y sont deux entiers strictement positifs: $(x, y)\mathcal{S}(a, b)$ si et seulement si on a : x divise a , et y divise b .

1) Est-ce une relation d'ordre? Justifiez votre réponse.

2) Dessiner le diagramme de Hasse pour l'ensemble des couples (x, y) où $1 \leq x \leq 4$ et $1 \leq y \leq 4$.

3) Est-ce un treillis? Si oui, est-il distributif?

Exercice 6 (3pts): En utilisant la méthode des tableaux de Karnaugh, donner la forme normale disjonctive de la fonction booléenne d'arité quatre suivante :

$$f(a, b, c, d) = (\bar{a} \vee b) \wedge (c \vee \bar{d}) \wedge (\bar{a} \vee d).$$