

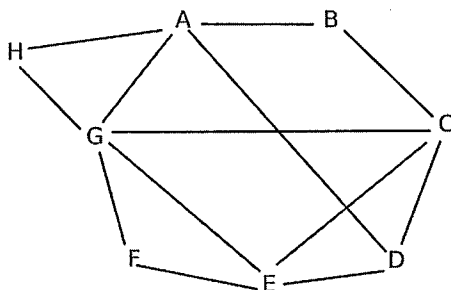
Durée 2h, tous documents autorisés
Sujet recto/verso, le barème est donné à titre indicatif

Exercice 1 (7pts)

- (a) Dessiner tous les graphes non orientés, connexes à cinq sommets **ne comportant pas** de triangles.
(b) Donner le diamètre de chacun d'eux.
(c) Donner le tableau de listes d'incidence du graphe de plus grand diamètre.
- En utilisant la formule d'Euler, montrer qu'il n'existe pas de graphe planaire tel que chaque face soit de taille 4 et chaque sommet soit de degré 4.
- Dessiner un graphe de classe 1 et de type 2 et un graphe de classe 2 et de type 1.

Exercice 2 (6 pts)

Pour le graphe ci-dessous :



- Déterminer les paramètres degré maximum Δ , nombre de stabilité α , taille de la clique maximum ω et en déduire des encadrements pour son nombre chromatique χ , son indice chromatique χ' et nombre chromatique total χ'' .
- Donner un ordre de coloration des sommets de ce graphe pour lequel l'algorithme glouton exécuté avec cet ordre produit une coloration optimale des sommets et un ordre pour lequel il ne produit pas une coloration optimale.
- Donner la coloration produite par l'algorithme DSATUR sur ce graphe, en supposant qu'à degré de saturation et degré égal, le choix du sommet à colorier est fait suivant l'ordre alphabétique des sommets. On spécifiera à chaque étape, le sommet colorié et les degrés de saturation actualisés des autres sommets sous forme d'un tableau.

Exercice 3 (7 pts)

Soit le réseau ci-dessous, les valeurs sur les arcs représentant leur capacités.

1. En utilisant l'algorithme de Ford-Fulkerson, trouver le flot maximum entre s et t . La liste des chaînes augmentantes sera présentée en ordre décroissant des valeurs. Justifier la réponse en exhibant une coupe minimum.
2. Si maintenant les valeurs sur les arcs représentent leur coût, donner l'arbre des plus court chemins produit par l'algorithme de Dijkstra à partir du sommet s . Les étapes de l'algorithme seront représentées par un tableau montrant l'évolution des distances depuis s ainsi que le sommet choisi.
3. En ignorant les valeurs sur les arcs, donner l'ordre de parcours des sommets et l'arbre produit par l'algorithme BFS ainsi que par DFS (on supposera que les voisins d'un sommet sont pris par ordre alphabétique) exécuté depuis le sommet s .

