Seconde Session - juin 2019 - durée 2h00

EPREUVE SANS DOCUMENTS, LES CALCULATRICES SONT AUTORISÉES
LES EXERCICES SONT INDÉPENDANTS

I – Cycle de transformations (10 points)

Soit un moteur fonctionnant de manière réversible. L'agent thermique est constitué de n moles de gaz parfait diatomique. Ce gaz subit une succession de quatre transformations.

(a) **Compression adiabatique**, Etat 1 (P_1, V_1, T_1) $\rightarrow$ Etat 2 (P_2, V_2, T_2). On pose $\alpha = V_1/V_2$, le taux de compression.

(b) **Chauffage isobare**, Etat 2 (P_2, V_2, T_2) $\rightarrow$ Etat 3 ($P_3 = P_2$, V_3, T_3).

(c) **Détente adiabatique**, Etat 3 ($P_3 = P_2$, V_3, T_3) $\rightarrow$ Etat 4 (P_4, $V_4 = V_1$, T_4). On pose $\beta = V_4/V_3 = V_1/V_3$, le rapport de détente.

(d) **Refroidissement isochore**, Etat 4 (P_4, $V_4 = V_1$, T_4) $\rightarrow$ Etat 1 (P_1, V_1, T_1).

Soient C_p et C_v les capacités calorifiques molaires du gaz à pression et volume constant, respectivement. On pose $\gamma = C_p/C_v$. On note U l'énergie interne, H l'enthalpie, W le travail et Q la chaleur pour le gaz parfait. On donne $R = 8.314$ J.mol^{-1}.K^{-1}.

I.1 – Donner les expressions de C_p et C_v en fonction de γ et de R. Enoncer les deux lois de Joule relatives au gaz parfait.

I.2 – Déterminer une relation, impliquant les variables P et V, qui s'applique lors d'une transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait. En déduire une relation analogue faisant intervenir les variables T et V.

I.3 – Représenter l'allure du cycle en coordonnées de Clapeyron P et V.

I.4 – Exprimer T_2, T_3 et T_4 en fonction de T_1, α, β et γ.

I.5 – On note Q_c et Q_f les chaleurs reçue et perdue par le gaz durant le cycle. **(i)** Durant quelles phases du cycle ces transferts de chaleur s'effectuent-ils ? **(ii)** Définir le rendement ρ_m du cycle et l'exprimer en fonction de Q_c et Q_f. **(iii)** Exprimer ρ_m en fonction de T_1, T_2, T_3, T_4 et γ. **(iv)** Exprimer ρ_m en fonction de α, β et γ.

I.6 – On donne $\alpha = 15$, $\beta = 10$, $\gamma = 7/5$ et $T_1 = 300$ K. Calculer numériquement T_2, T_3, T_4 et ρ_m.

II – Atmosphère terrestre (5 points)

L'air est assimilé à un gaz parfait diatomique de masse molaire $M = 29$ g.mol^{-1}. On prendra comme conditions de pression et de température à la surface de la terre $P_0 = 10^5$ Pa et $T_0 = 300$ K. On donne $R = 8.314$ J.mol^{-1}.K^{-1} et $g = 9.81$ m.s^{-2}.

On donne la relation fondamentale de l'hydrostatique,

$$\overrightarrow{grad\, P(\vec{r})} = \rho(\vec{r})\,\vec{g} \qquad (1)$$

II.1 – Pour une petite variation Δz de l'altitude au voisinage de la surface de la terre, la variation de la pression est ΔP et on peut considérer que la température ne varie pas. Exprimer ΔP en fonction de Δz et calculer numériquement Δz sachant que $\Delta P = -100$ Pa.

II.2 – L'expérience montre que entre 0 et 9000 m la température varie approximativement linéairement selon la relation $T(z) = T_0(1 - \alpha z)$ avec $T(z = 9000 \text{ m}) = 230$ K. Déterminer l'expression de la pression en fonction de l'altitude. Calculer numériquement la pression à 9000 m.

II.3 – L'expérience montre aussi qu'au delà de $z_1 = 12000$ m et jusqu'à 30 km d'altitude, la température est constante égale à $t_1 = -56$ °C. Déterminer l'expression de la pression en fonction de l'altitude, sachant qu'à 12000 m la pression est $P_1 = 1920$ Pa. Calculer la pression à une altitude de 25 km.

III – Lyophilisation (5 points)

La lyophilisation consiste en la sublimation totale de l'eau contenue à l'intérieur de la denrée à conserver. Celle-ci est congelée et placée dans une enceinte dans laquelle on réalise un vide poussé. On donne la masse molaire de l'eau, $M = 18$ g.mol^{-1} et $R = 8.32$ J.K^{-1}.mol^{-1}.

III.1 - A faible pression, dans la phase vapeur, l'eau se comporte approximativement comme un gaz parfait. Par ailleurs, le volume massique de l'eau solide v_s est négligeable devant celui de la phase vapeur v_g. En déduire que, dans ces conditions, la relation de Clapeyron peut s'écrire approximativement sous la forme

$$\frac{dP}{P} = M\frac{L_{sub}}{RT^2}dT$$

III.2 - On donne les coordonnées de deux points A et B situés sur la courbe d'équilibre "solide -vapeur", ($P_A = 611$ Pa, $T_A = 273$ K) et ($P_B = 260$ Pa, $T_B = 263$ K). On suppose que la chaleur massique latente de sublimation L_{sub} est constante dans le domaine de température et de pression compris entre les deux points. Sous cette hypothèse, intégrer l'équation précédente entre les points A et B et en déduire l'expression et la valeur de L_{sub}. (préciser son unité).

III.3 - On suppose enfin que la matière congelée de masse m = 100 g contient 95% de masse d'eau et qu'elle est maintenue à une température uniforme de −5°C tout au long du processus. Calculer le transfert thermique nécessaire à la lyophilisation complète.