

EXAMEN

Relativité et mécanique analytique

Licence L2,

décembre 2018

1) Dessiner le portrait de phase et donner une classification de tous les types d'orbites possibles pour les systèmes décrits par les Hamiltoniens suivants :

(a) $H = p^2/(2m) + x^2 + x^4$.

(b) $H = p^2/(2m) - x^2$.

(c) $H = p^2/(2m) - x^2 + x^6$.

(d) $H = p^2/(2m) + \cos^2(x)$.

(e) Définir les concepts suivants : (i) point d'équilibre stable, (ii) point d'équilibre instable, (iii) séparatrice.

2) a) Montrer que dans un système Hamiltonien l'énergie totale est conservée.

b) Exprimer cette propriété dans le formalisme de Poisson

c) Montrer que pour un oscillateur harmonique isotrope à trois dimensions, décrit par l'Hamiltonien

$$H = \frac{1}{2m}\vec{p}^2 + \frac{1}{2}m\omega^2\vec{x}^2$$

la composante L_3 du moment cinétique $\vec{L} = \vec{x} \wedge \vec{p}$ est conservée.

3) Répondre aux questions suivantes :

(a) Décrire l'expérience de Michelson et Morley et l'interprétation des résultats observés.

(b) Formuler les postulats de la théorie de la relativité restreinte.

(c) Qu'est-ce qu'une transformation de Galilée? et une transformation de Lorentz?

(d) Décrire la notion de temps propre et de dilation du temps.

(e) Décrire la notion de longueur propre et de contraction de l'espace.

(f) Définir la vitesse propre d'une particule.

(g) Comment se transforme le quadrivecteur impulsion-énergie par rapport à un changement entre deux repères inertiels?

4) Une fusée A lancée à l'instant $t = t' = 0$ se déplace à une vitesse uniforme v_A (t est le temps mesuré avec une horloge H_{terre} qui reste sur terre, et t' celui mesuré dans la fusée). Après un intervalle T (mesuré par H_{terre}) on lance une deuxième fusée B qui se déplace avec vitesse uniforme v_B dans la même direction que la première. Si $v_B > v_A$, la fusée B rattrappe la fusée A à un instant τ .

a) Déterminer τ mesuré par l'horloge H_{terre} .

b) Quel est l'instant de départ de la fusée B mesuré par l'horloge H_A qui est dans la fusée A ?

c) Quel est l'instant de la rencontre des deux fusées, mesuré par H_A ?

d) Par rapport au référentiel de la fusée A , à quelle distance de la terre se trouvait-elle à l'instant du lancement de B ?

e) Calculer la vitesse de la fusée B , mesurée dans le référentiel de A .

1/1