

CONTROLE TERMINAL

Optique instrumentale & ondes Phys4A

Durée 2h00 - Sans document, calculatrice autorisée. Téléphones portables éteints

Les 2 exercices sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre indifférent.

Exercice I : Télescope de Newton Temps maximal conseillé : $\approx 1h$

Un télescope de Newton est constitué d'un miroir sphérique concave M de rayon de courbure $|R| = 1.8 m$ et de foyer principal image F_M , d'un miroir plan M' et d'un oculaire placés comme indiqué sur la figure (1).

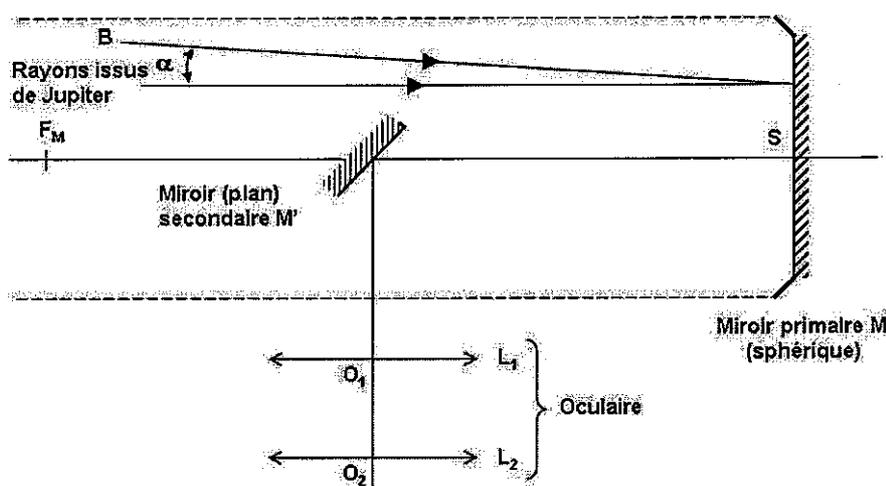


FIGURE 1 – Schéma du télescope de Newton

On commencera par étudier l'oculaire seul, puis le télescope complet.

1. Etude de l'oculaire

L'oculaire permet de fournir une image à l'infini, avec le moins d'aberrations optiques possibles.

Il est constitué ici de deux lentilles convergentes L_1 (de diamètre D) et L_2 fabriquées dans le même matériau (même indice), de distances focales images $f_i^{(1)}$ et $f_i^{(2)}$, de même axe optique, séparées par une distance $e = \overline{O_1O_2}$. Cet oculaire vérifie $f_i^{(1)} = 3a$, $e = 2a$, $f_i^{(2)} = a$ avec $a = 3 cm$.

- Calculez la vergence de l'oculaire (association $L_1 + L_2$) en fonction de a uniquement. Déduisez-en les distances focales objet f_o et image f_i de l'oculaire. Faites les applications numériques.
- Donnez les définitions du point foyer image F_i et du point foyer objet F_o d'un système optique.
- Déterminez de manière algébrique la position du **foyer image** F_i du système $L_1 - L_2$ (On donnera l'expression littérale en fonction de a uniquement.). Faites l'application numérique.
- Déterminez de manière algébrique la position du **foyer objet** F_o du système $L_1 - L_2$ (On donnera l'expression littérale en fonction de a uniquement.). Faites l'application numérique.
- Déduisez des questions précédentes la position du point principal objet H_o et du point principal image en calculant $\overline{O_1H_o}$ et $\overline{O_2H_i}$ en fonction de a uniquement. Que remarquez-vous ?

2. Télescope complet

- Citez un autre type de télescope.
- Pourquoi est-il préférable que pour ce type d'instrument optique, l'image finale soit à l'infini ?

L'axe principal du miroir M est dirigé vers le centre de la planète Jupiter. Le point B correspond à un des bords de la planète qui est vue sous un diamètre apparent (petit) de 2α (α de part et d'autre de l'axe).

- Où se trouve l'image $A'B'$ de l'étoile donnée par le miroir M ? Exprimez sa dimension en fonction de α et $|R|$. Faites l'application numérique si $2\alpha = 38'' = 1.84 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$.
- Le miroir plan M' donne de $A'B'$ l'image $A''B''$ que l'on observe grâce à l'oculaire. M' est incliné à 45° sur l'axe principal du miroir M . L'oculaire est placé de façon à ce que le centre de la lentille L_1 soit à 5.5 cm du bord du tube du télescope dont le diamètre est 20 cm . A quelle distance du foyer principal F_M du miroir M doit-on placer le centre du miroir M' pour que $A''B''$ soit dans le plan focal objet de l'oculaire ?

Exercice II : Interféromètre stellaire optique Temps maximal conseillé : $\approx 1 \text{ h}$

En 1920, Michelson et Pease conçoivent un dispositif, appelé depuis *interféromètre stellaire de Michelson*, qu'ils installent sur le télescope Hooker du Mont-Wilson, en Californie. Ce dispositif représenté schématiquement sur la figure (2) page 4 est constitué de :

- Un dispositif de trous d'Young, composé de deux trous S_1 et S_2 séparés d'une distance a fixe, placé devant le miroir principal du télescope (le miroir n'est pas représenté sur la figure)
- Un système symétrique de 4 miroirs M_1, M_2, M_3 et M_4 montés sur une poutre : les deux miroirs externes M_1 et M_2 peuvent être écartés symétriquement d'une distance d variable (jusqu'à une distance $d_{max} = 6.1 \text{ m}$) dans une direction parallèle à S_1S_2 , les deux miroirs internes M_3 et M_4 sont fixes et renvoient la lumière vers le dispositif des trous d'Young. La longueur du trajet ($M_1M_3S_1$) est égale à la longueur du trajet ($M_2M_4S_2$)
- Un écran (E) parallèle au plan (xOy), et situé à une distance D du plan des trous d'Young, et qui permet d'observer les interférences produites par le dispositif. D est considérée comme très grande devant les autres distances, en particulier a : $D \gg a$.

On pointe le télescope vers une étoile E_1 considérée comme étant à l'infini : les rayons qui proviennent de cette étoile et qui atteignent l'interféromètre sont donc parallèles et font l'angle α avec l'axe du télescope. L'angle α est très faible et on pourra faire l'approximation de Gauss dans la suite : $\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha$. On considère que l'étoile émet une lumière de longueur d'onde λ .

1. Calculez la différence de marche $\delta = (H_1M_2) + (S_2P) - (S_1P)$ entre les rayons interférant en un point $P(x, y, D)$ de l'écran, en fonction de d, α, a, x et D .

On rappelle que pour $x \ll 1$, $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$.

2. Déduisez-en l'expression du déphasage $\varphi(x, \alpha)$ entre les deux rayons et donnez, sans démonstration, l'expression de l'intensité lumineuse $I_1(x, \alpha)$ observée au point P , en considérant que l'intensité émise par l'étoile E_1 est I_0 .
 - (a) Quelles sont la forme et l'orientation des franges observées sur l'écran ? Justifiez.
 - (b) Déterminez la position des franges brillantes et celle des franges sombres. Déduisez-en l'expression de l'interfrange i . Donnez la position de la frange centrale, c'est-à-dire la frange correspondant à $\delta = 0$.
 - (c) Comment se déplacent les franges sur l'écran si on augmente la distance d entre les deux miroirs mobiles M_1 et M_2 ? L'interfrange est-il modifié ?

On pointe maintenant l'axe du télescope vers une étoile dite double constituée de deux étoiles E_1 et E_2 très voisines émettant de la lumière de même intensité I_0 et de même longueur d'onde λ . L'une est située dans la direction définie par l'angle α par rapport à l'axe du télescope, et l'autre dans la direction $-\alpha$ (cf. Fig. (3) page 4). Ces deux étoiles sont équivalentes à deux sources ponctuelles *incohérentes*.

3. Donnez l'expression de l'intensité lumineuse :

(a) $I_2(x, -\alpha)$ observée au point P due à E_2 si elle était seule (on pourra utiliser les résultats des questions 1 et 2, sans calcul)

(b) I observée au point P due à E_1 et E_2 ensemble. Justifiez.

4. Montrez que I peut se mettre sous la forme suivante :

$$I = AI_0 \left[1 + V \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda D} \right) \right]$$

où A est une constante, et V la fonction $\cos \left(\frac{2\pi d\alpha}{\lambda} \right)$.

On donne : $\cos p + \cos q = 2 \cos \left(\frac{p+q}{2} \right) \cos \left(\frac{p-q}{2} \right)$

5. Que représente la fonction V ? Pour quelles valeurs de d la fonction V s'annule-t-elle? Décrivez précisément ce qu'on observe alors dans ce cas sur l'écran.

Dans les années 1920, cet interféromètre stellaire a permis d'étudier le système double de *Capella*, étoile la plus brillante de la constellation du Cocher et qui est, parmi les étoiles les plus brillantes du ciel, la plus proche de *Polaris*, l'Etoile Polaire.

Les mesures effectuées ont montré que la plus petite valeur de d permettant d'obtenir $V = 0$ était $d_{\min} = 116.5 \text{ cm}$.

7. Déduisez-en la distance angulaire 2α entre les deux composantes de l'étoile double, en supposant que la longueur d'onde émise par l'étoile est $\lambda = 635 \text{ nm}$.

8. Compte-tenu des caractéristiques de l'interféromètre données dans le texte, quelle est théoriquement le plus petit écart angulaire mesurable?



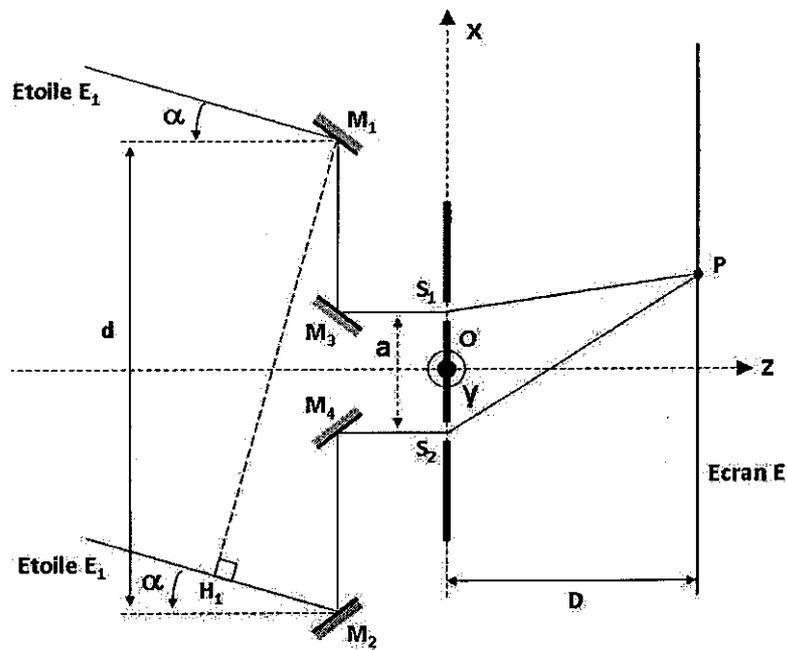


FIGURE 2 – Principe de l'interféromètre stellaire de Michelson. Le schéma n'est pas à l'échelle !

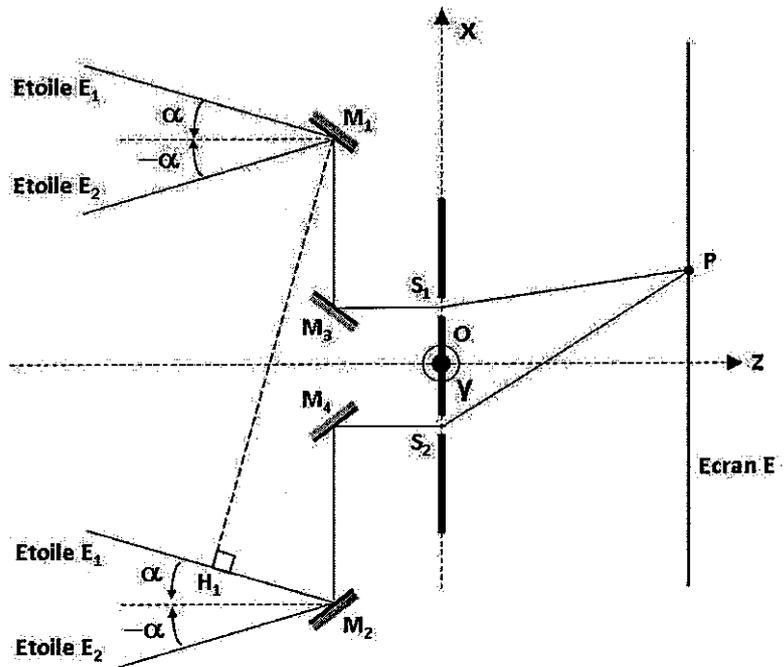


FIGURE 3 – Observation d'une étoile double