Université de Bourgogne
L2

Année 2018-2019
17 juin

Examen de rattrapage de Géométrie. Math 4C

Exercice 1.

Soit ABC un triangle dans le plan affine euclidien rapporté au plan complexe. On note a, b, c, les affixes respectives des points A, B et C.

1. (a) Calculez l'affixe de l'isobarycentre G des points A, B et C.
   (b) Calculez l'affixe de l'orthocentre H du triangle ABC.
2. (a) Donnez en complexe l'équation de la médiatrice du segment $[AB]$.
   (b) Montrez que les médiatrices d'un triangle s'intersectent en un point O et en donnez l'affixe.
   (c) Caractérisez ce point.
3. On considère l'homothétie h de centre G est de rapport -2.
   (a) Donnez l'expression complexe de h.
   (b) Quelle est l'image de O par h ?
4. (a) On note A' le projeté orthogonal de A sur (BC). Exprimez A' comme barycentre des points B et C (on introduira les tangentes des angles du triangle).
   (b) En déduire les coordonnées barycentriques de H orthocentre du triangle dans le repère affine (A, B, C).
5. (a) On note O le centre du cercle circonscrit. Soient M, N et P les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[BC]$, $[AC]$. Que représente O pour le triangle MNP ?
   (b) En utilisant l'associativité du barycentre et la question précédente, donnez les coordonnées barycentriques de O dans le repère affine (A, B, C).

Exercice 2.
Soit ABC un triangle isocèle rectangle en A direct du plan affine euclidien. Caractériser la similitude directe σ de centre B envoyant A sur C.

Exercice 3.
Soient $ABCD$ un parallélogramme et L (respectivement M, N, P) le symétrique de A (respectivement B, C, D) par rapport à B (respectivement C, D, A). Montrer que $LMNP$ est un parallélogramme.

Exercice 4.
Soit $SABD$ un tétraèdre. Soit I le milieu du segment $[SA]$ et G le centre de gravité du triangle SBD. La droite IG coupe le plan ABD en C. Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

Exercice 5.
Dans l'espace affine euclidien, on fixe un repère orthonormal. On considère le point A de coordonnées $(1, 2, 3)$ et le point B de coordonnées $(3, 2, 1)$. Donnez l'équation cartésienne du plan médiateur du segment $[AB]$.