Université de Bourgogne, U.F.R. des Sciences et Techniques, année 2018-2019.
L2, Mathématiques pour la Physique et la Chimie IV - MaPC4A.

Examen du 7 mai 2019, 14h-16h, session 1.

Les documents, les calculatrices et tout objet électronique ne sont pas autorisés. Les exercices sont indépendants. Toutes vos réponses doivent être justifiées.

1. Dessiner les sous-ensembles suivants du plan complexe $\mathbb{C}$:

a. $\{z \in \mathbb{C} | \operatorname{Im}(z) > \operatorname{Re}(z)\}$
b. $\{z \in \mathbb{C} | |z+1+i| < \sqrt{2}\}$
c. $\{z \in \mathbb{C} | |\arg(z)| \leqslant \frac{\pi}{4}\} \cap \{z \in \mathbb{C} | \operatorname{Re}(z) \leqslant 1\}$
d. $\{z \in \mathbb{C} | |z-1| = |z+1|\}$

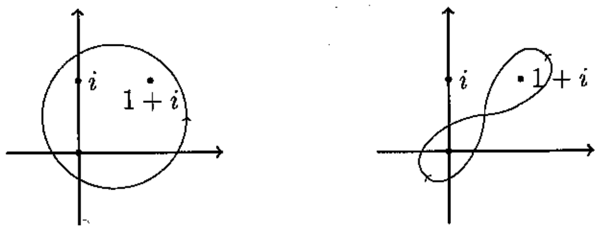
2. Trouver le rayon de convergence de la série entière centrée en 0 suivante :

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^3 (2z)^n.$$

3. Calculer l'intégrale de chemin

$$\int_\gamma \frac{(z+1)^2}{z(z-i)(z-1-i)} dz$$

en utilisant la formule de Cauchy pour les deux chemins γ suivants :



4. Trouver les points singuliers et leur multiplicité pour la fonction :

$$f(z) = \frac{z}{(2\sin(z) - 1)^2}.$$

5. Calculer, en utilisant le théorème des résidus, l'intégrale suivante :

$$\int_{|z|=2} \frac{\cos(z)}{(z-i)^2} dz.$$

6. Calculer l'intégrale réelle suivante en utilisant les méthodes de l'analyse complexe :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx.$$