L2

Info3B, 2018-2019, partie Synthèse d'Images

L. Garnier

12 juin 2019 (1 heure)

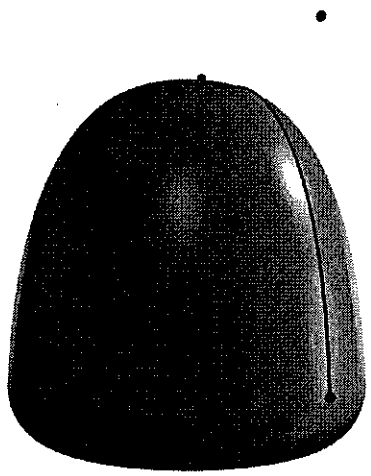
DOCUMENTS AUTORISÉS : 2 FEUILLES A4 RECTO-VERSO MANUSCRITES.

MACHINE À CALCULER, TÉLÉPHONE ET AUTRES SONT INTERDITS.

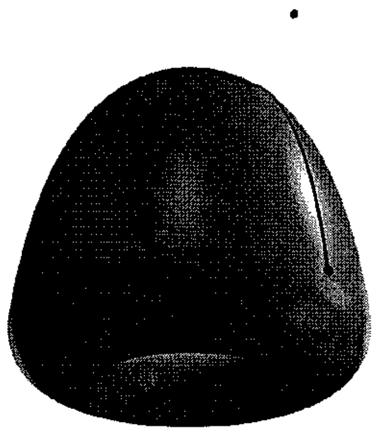
Il sera tenu compte de la clarté des explications et de la rigueur dans les démonstrations. Les abréviations et le langage SMS provoquent des bugs chez le correcteur.

Dans les codes POV-Ray, il n'est pas demandé de mettre la caméra, une lumière, les inclusions des librairies idoines.
On se place dans l'espace affine $\mathcal{E}_3$ de dimension 3 muni du repère orthonormé direct $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$.

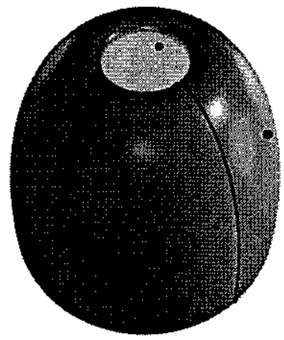
Exercice 1. *:*
Le but de l'exercice est la création d'un œuf troué, figure 1.



(a) Vue 1



(b) Vue 2



(c) Vue 3

FIGURE 1: Œ troué, trois vues.

L'objet est composé à partir :

- *du tore $\mathscr{T}$, d'axe vertical, de centre $O_1\,(0;0;-2)$, de rayon majeur $R=2$ et de rayon mineur $r=1$;*
- *du plan $\mathscr{P}$ d'équation $z=-2$;*
- *du cylindre $\mathscr{C}$, sans fond et sans couvercle, d'une hauteur $h=4$, de rayon $r_{\mathscr{C}}$, d'axe $\left(O;\overrightarrow{k}\right)$, délimité en bas par le plan $\mathscr{P}$;*
- *d'une « calotte sphérique » $\mathscr{S}$ centrée en $O_2\,(0;0;2)$, de rayon $r_{\mathscr{S}}$ délimitée par les plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ d'équations respectives $z=2$ et $z=\frac{5}{2}$;*
- *d'une surface de révolution $\mathscr{L}$ définie par une courbe de Bézier cubique de point de contrôle A_2, P_1, P_2 et A_3.*

1/4

➢ *du cylindre $\mathscr{C}_2$ de rayon $r_2 = \frac{A_2B_2}{2}$, d'axe $\left(O; \overrightarrow{k}\right)$, délimité par le plan $\mathscr{P}_1$ et le plan $\mathscr{P}_3$ d'équation $z = 3$.*

Une schéma de la construction dans le plan d'équation $y = 0$ est donné par la figure 4.

Question 1. *: Soit le point A de coordonnées $(x_A; y_A; z_A)$.*

1. *Quels calculs permettent d'obtenir x_A, y_A puis z_A ? Ecrire le code POV-Ray correspondant (on commencera par affecter à la variable* `A` *les coordonnées du point A.*
2. *Ecrire un code POV-Ray équivalent aux calculs de la question 1.*

Question 2. *: La partie du tore à garder est celle qui est sous le plan $\mathscr{P}$, figure 2(a).*

1. *Donner le vecteur normal unitaire de $\mathscr{P}$ (en respectant les contraintes liées à POV-Ray) ;*
2. *Ecrire l'arbre C.S.G. permettant d'obtenir la bonne partie du tore ;*
3. *Déterminer, en fonction de R, r et des coordonnées de O_1, les coordonnées de A_0, B_0 et A_3 ;*
4. *Ecrire le code POV–Ray correspondant sachant que le tore (resp. plan) est de couleur rouge (resp. bleue).*

Question 3. *: Le cylindre $\mathscr{C}$, figure 2(b).*

1. *Calculer, en fonction de R, r et éventuellement des coordonnées de O_1, le rayon $r_{\mathscr{C}}$ du cylindre $\mathscr{C}$;*
2. *Ecrire le code POV-Ray permettant d'afficher le cylindre de couleur jaune. On n'oubliera pas d'affecter à la variable* `O2` *les coordonnées idoines.*

Question 4. *: La construction de la « calotte sphérique » $\mathscr{S}$, figures 3, se fait en trois temps :*

Etape 1 *Préciser la valeur du rayon $r_{\mathscr{S}}$ de la sphère $\mathscr{S}$.*

Etape 2 *Construction du solide défini par la boule de frontière $\mathscr{S}$ délimité par les plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$, figure 3(a) ;*

Etape 3 *Forage d'un trou dans ce solide en utilisant le cylindre $\mathscr{C}_2$, figure 3(b).*

1. *Calculer, en fonction des autres variables déjà définies, le rayon $r_2 = \frac{A_2B_2}{2}$. La distance du point O_2 à la droite (A_2B_2) est $\frac{1}{2}r_{\mathscr{S}}$.*
2. *Ecrire l'arbre C.S.G. permettant d'obtenir la « calotte sphérique » $\mathscr{S}$;*
3. *Ecrire le code POV–Ray correspondant en sachant que la « calotte sphérique » $\mathscr{S}$ est de couleur verte.*

Question 5. *: La surface de révolution $\mathscr{L}$.*
Le premier (resp. dernier) point de contrôle de la courbe de Bézier cubique est A_2 (resp. A_3).

1. *Calculer le vecteur normal $\overrightarrow{N}$ unitaire sortant à la sphère $\mathscr{S}$ au point A_2 ; Donner le code POV-Ray permettant de stocker dans la variable* `vN` *les composantes de $\overrightarrow{N}$ en utilisant :*
   - ➢ *la variable* `A2` *stockant les coordonnées de A_2 ;*
   - ➢ *la variable* `O2` *stockant les coordonnées de O_2 ;*
   - ➢ *la variable* `rS` *stockant le rayon de la sphère $\mathscr{S}$.*
2. *A partir de la question précédente, déterminer les vecteurs tangents à la sphère $\mathscr{S}$ au point A_2 ayant une ordonnée nulle. Soit $\overrightarrow{v_t}$ celui ayant une abscisse négative. Donner le code POV-Ray permettant de stocker dans la variable* `vt` *les composantes de $\overrightarrow{v_t}$ en utilisant seulement la variable* `vN`.
3. *Soit P_1 défini par $\overrightarrow{A_2P_1} = \overrightarrow{v_t}$. Donner le code POV-Ray permettant de stocker dans la variable* `P1` *les coordonnées de P_1.*
4. *Dans le plan d'équation $y = 0$, le point P_2 appartient à la tangente au tore $\mathcal{T}$ en A_3 et a la même cote que le point P_1. Ecrire le code POV-Ray permettant de stocker dans la variable* `P2` *les coordonnées de P_2 en utilisant les points P_1 et A_3 et éventuellement d'autres points/vecteurs déjà définis.*
5. *Ecrire le code POV-Ray permettant de tracer la courbe de Bézier de points de contrôle A_2, P_1, P_2 et A_3.*
6. *Ecrire le code POV-Ray permettant de tracer la surface de révolution $\mathscr{L}$ définie par la courbe de Bézier de points de contrôle A_2, P_1, P_2 et A_3 de couleur cyan. La couleur sera définie par ses composantes en rouge, vert et bleu.*

214

(a) Question 2

(b) Question 3

FIGURE 2: Œuf troué, construction jusqu'à la « calotte sphérique ».

(a) Etape 2

(b) Etape 3

FIGURE 3: Œuf troué, construction de la « calotte sphérique », question 4.

SCHÉMA DE LA CONSTRUCTION QU'IL EST POSSIBLE DE RENDRE AVEC LA COPIE.

Numéro d'anonymat :

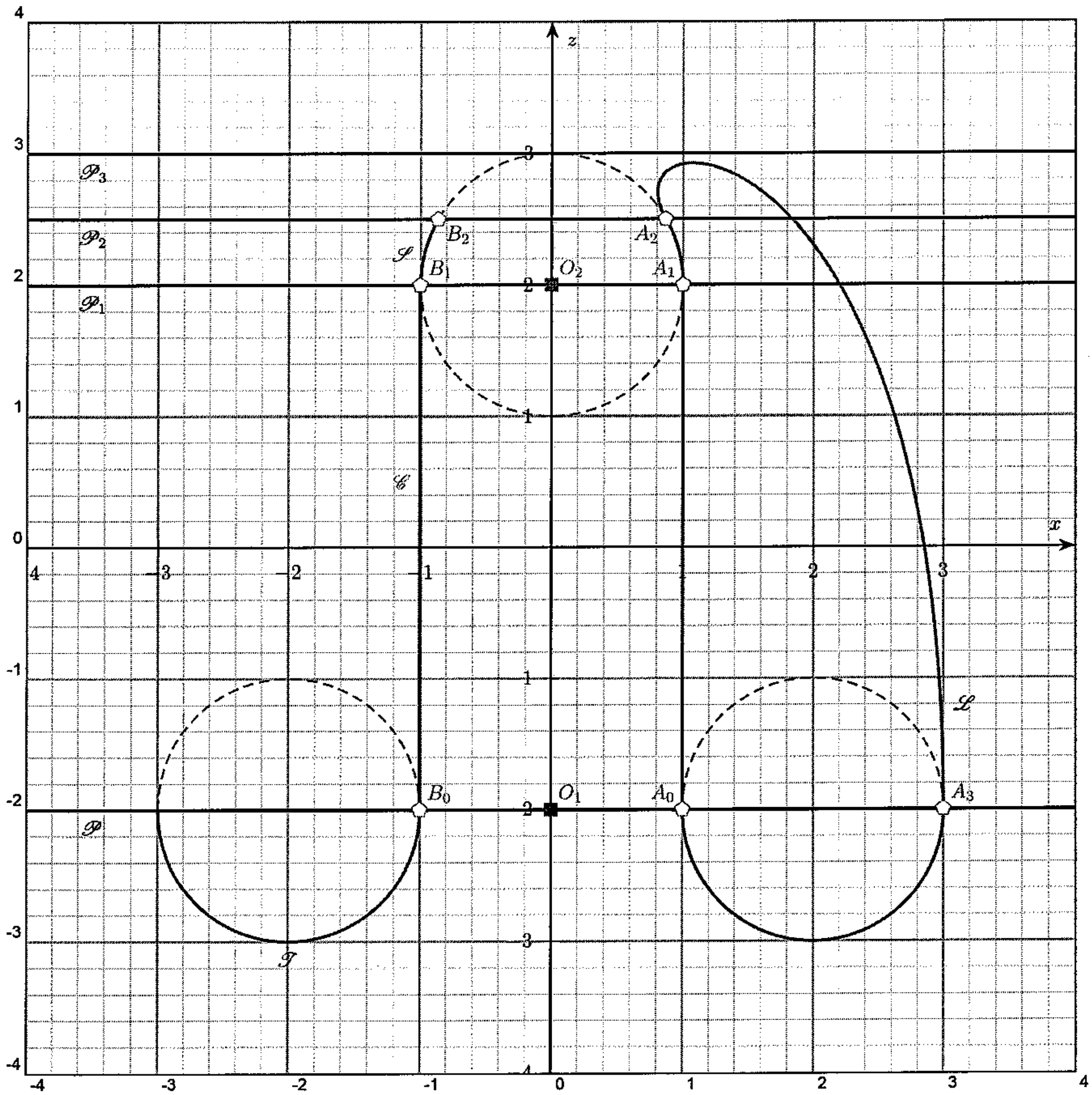


FIGURE 4: Coupe, dans le plan d'équation $y = 0$, permettant la construction de l'œuf de la figure 1.