Examen de l'option Image pour le Web

Licence 3 Informatique – 2ème session (juin 2019)

Durée : 1h30
Tous documents PERSONNELS autorisés – livres INTERDITS
Calculatrices autorisées – Téléphones et ordinateurs portables INTERDITS

Exercice 1 : Animation (5 points / 20)

On souhaite réaliser deux animations consécutives illustrant le **pliage** (séquence ci-dessous) et le **dépliage** (en passant par les mêmes étapes que pour le pliage mais dans l'ordre inverse) d'un cube.

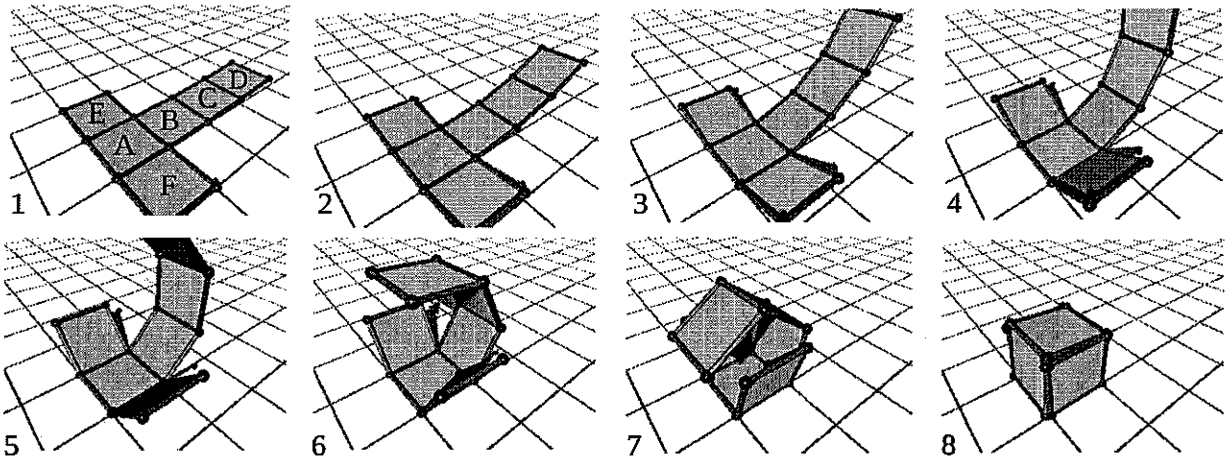


Fig. 1 : séquence illustrant le pliage d'un cube

Chaque face à plier/déplier sera caractérisée à tout instant t par son **angle θ** par rapport au sol. Deux cas sont à considérer pour le pliage/dépliage des faces du cube (illustrés en fig. 2 ci-dessous) :

- dans le cas de la **face B** ci-dessous (dont une arête reste au sol durant toute l'animation), l'angle θ_B se calcule facilement ;
- dans le cas de la **face C**, l'angle θ_C = angle φ_C entre les faces B et C + angle θ_B de la face B.

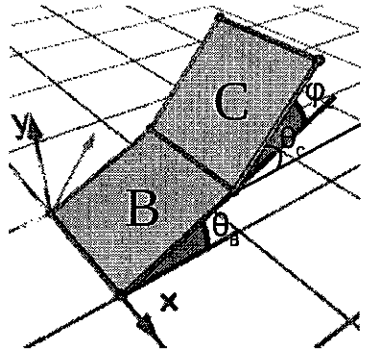


Fig.2 : angles à considérer pour l'animation des faces du cube

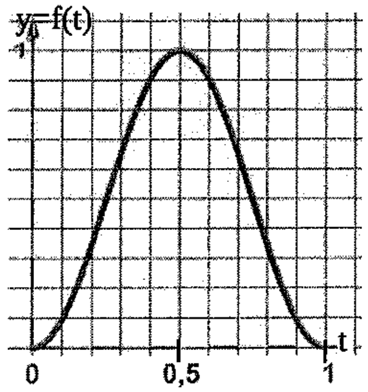


Fig.3 : fonction d'animation considérée pour le pliage et le dépliage du cube

1. Indiquer en justifiant :
   a) pour les faces B, E et F : l'angle θ parcouru à la fin du pliage ;
   b) pour les faces C et D : l'angle φ parcouru à la fin du pliage (par rapport à leur face voisine avec laquelle elles partagent une arête). En déduire l'angle θ parcouru à la fin du pliage.

../..

2. Pour réaliser les 2 animations consécutives (pliage et dépliage des faces du cube), on considère la fonction **f(t) = 1/2 – 1/2.cos(2π.t)** illustrée à la page précédente (fig. 3). On suppose qu'en t=0.5s, le pliage est terminé et qu'on passe immédiatement au dépliage, qui se termine en t=1s.
   a) Comment utiliser la fonction **f(t)** pour que les 2 animations commencent doucement au début, accélèrent jusqu'à atteindre une vitesse constante puis ralentissent à la fin ? Justifiez.
   b) Pour les faces B…F, indiquer l'angle θ parcouru à t=1/8, 1/4, 3/8, 5/8, 3/4 et 7/8 s. Conclure.

Exercice 2 : Texture (8 points / 20)

On considère un cube de côté 2, dont le repère local se situe en son centre (voir fig. 1). On demande de texturer ce cube :

- à l'aide d'une **projection sphérique de centre (0,0,0) et de rayon √3,**
- en y appliquant la texture (fig. 2), où les couleurs utilisées sont symbolisées par une lettre, de la façon suivante : Jaune (Y), Vert (V), Cyan (C), Rouge (R), Bleu (B) et Magenta (M).

Rappel : texturer un objet par projection sphérique de centre (0,0,0) et de rayon √3 revient à « enrouler » la texture (en lui donnant une forme de **sphère de rayon √3**) autour de l'objet.

Il faut construire une **fonction f** qui, à un point de l'espace (x,y,z) exprimé dans le repère de l'objet, y associe un point de la texture, exprimé dans le repère de la texture (u,v) : $f(x,y,z)=(u,v)$

On propose pour cela d'utiliser la fonction définie par :

$$f(x,y,z)=\left(\frac{\arctan 2(y,x)+\pi}{2\pi}, \frac{\arccos(z.r/\sqrt{3})}{\pi}\right), \text{ avec } r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

où les valeurs de **arctan2(y, x) ∈]-π, π]** et sont définies en fonction du **signe de x**. Elles peuvent être déterminées graphiquement par la fig. 3. Les valeurs renvoyées par la fonction **arccos** ∈ [0, π].

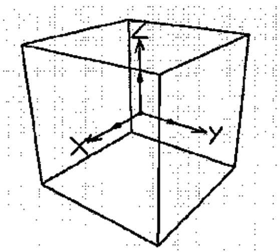


Fig. 1: Cube

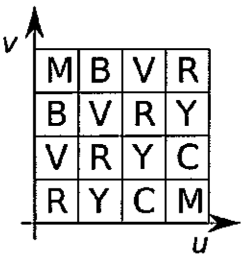


Fig. 2: Texture

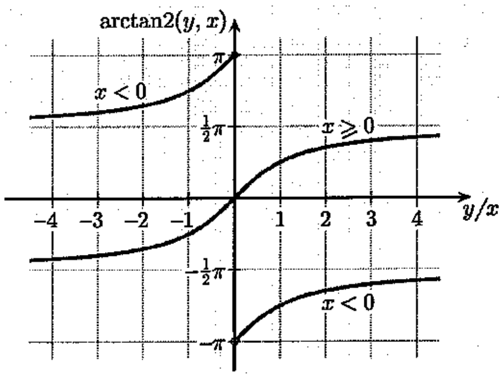


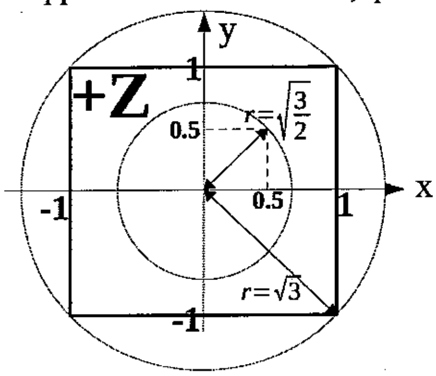
Fig. 3: arctan2(y, x) en fonction de (y/x) et du signe de x

1. Pour pouvoir texturer la **face supérieure du cube** (lorsque z=1), déterminer les valeurs de $f(-1,-1,1), f(0,-1,1), f(1,-1,1), f(1,0,1), f(1,1,1), f(0,1,1), f(-1,1,1)$ et $f(0,0,1)$
   Expliquez et interprétez ces résultats du point vue de l'application de la texture, puis représentez la face texturée sur le carré ci-contre :
   sachant que pour **z=1**, si :

   $r=\sqrt{2}$ alors $\frac{\arccos(z.r/\sqrt{3})}{\pi}=0,2$

   $r=\sqrt{\frac{3}{2}}$ alors $\frac{\arccos(z.r/\sqrt{3})}{\pi}=1/4$

   $r=1$ alors $\frac{\arccos(z.r/\sqrt{3})}{\pi}=0,3$



2. Faire de même pour la **face inférieure du cube** (lorsque **z = -1**), sachant que si :

$$r=\sqrt{2} \text{ alors } \frac{\arccos(z.r/\sqrt{3})}{\pi}=0{,}8 \quad \text{et} \quad r=1 \text{ alors } \frac{\arccos(z.r/\sqrt{3})}{\pi}=0{,}7$$

$$r=\sqrt{\frac{3}{2}} \text{ alors } \frac{\arccos(z.r/\sqrt{3})}{\pi}=3/4$$

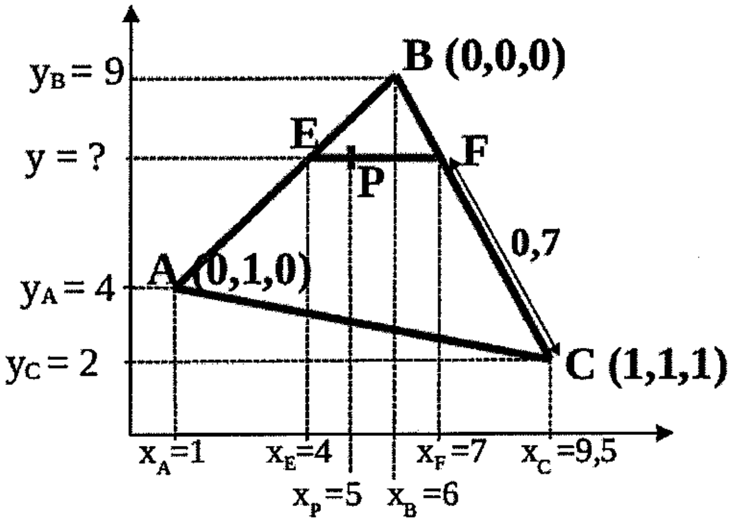
Exercice 3 : Lissage de Gouraud et texturage (7 points / 20)

1. Calculez l'intensité lumineuse du pixel P, en utilisant un lissage de Gouraud. On suppose connues (indiquées sur la figure suivante) :

- les intensités lumineuses en chacun des 3 sommets A, B et C du triangle (couleurs RVB entre 0 et 1), indiquées entre parenthèses,
- les ordonnées des sommets A, B et C : respectivement y_A, y_B et y_C,
- les abscisses de tous les sommets : x_A, x_B, x_C, x_E, x_F et x_P,
- et la position relative (entre 0 et 1) du point F au sein du segment [BC].

a) Commencez par calculer l'ordonnée **y** des points E, F et P, en utilisant la formule de l'interpolation linéaire.

b) Enfin, donnez l'intensité lumineuse du pixel P sous la forme d'un triplé de couleurs RVB (valeurs comprises entre 0 et 1).



2. On souhaite maintenant texturer le triangle ABC ci-dessus.

On exprime P comme barycentre des points (A, α), (B, β) et (C, γ), tel que $\alpha + \beta + \gamma = 1$, on peut alors écrire :

$$\alpha\,\overrightarrow{PA} + \beta\,\overrightarrow{PB} + \gamma\,\overrightarrow{PC} = \vec{0} \qquad \text{i.e.} \quad \alpha\,\overrightarrow{PA} + \beta\,(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AB}) + \gamma\,(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AC}) = \vec{0}$$

a) Déterminer les valeurs de **α,β** et γ à partir des équations ci-dessus et des calculs précédents.

Indications : $\overrightarrow{AB} = x_B - x_A$ si on s'intéresse à la projection sur l'axe des abscisses

$= y_B - y_A$ si on s'intéresse à la projection sur l'axe des ordonnées

b) On définit maintenant une **correspondance** entre chaque point du triangle ABC et une carte de texture de coordonnées (s,t) pour pouvoir texturer le triangle dans l'espace de l'écran. Ceci est illustré sur la figure ci-dessous par des flèches en pointillé.

On suppose que les correspondances sont les suivantes :

- coordonnées du point **A** dans l'espace de la texture : (0.4, 0,2) = a
- coordonnées du point **B** dans l'espace de la texture : (0.2, 0,8) = b
- coordonnées du point **C** dans l'espace de la texture : (0.8, 0,4) = c

Calculer les coordonnées de texture du point **P**. Justifier les calculs.

Quelle est sa couleur une fois texturé, sachant que les couleurs sont indiquées par leur première lettre (**B** pour bleu, **R** pour rouge et **N** pour noir) dans l'espace de la texture ?