

Durée 2h, tous documents autorisés
Sujet recto/verso, le barème est donné à titre indicatif

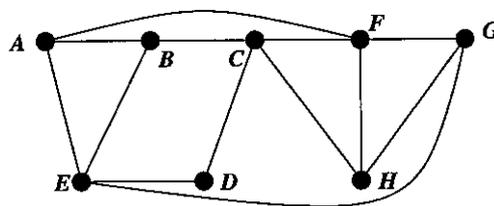
Exercice 1 (4 pts)

1. Dessiner tous les graphes non orientés, connexes à cinq sommets **ne comportant pas** de triangles et donner le diamètre de chacun d'eux.
2. (cours) Le cycle C_7 à 7 sommets est-il $(7, 3)$ -coloriable ? Justifier.
3. (cours) Donner un exemple de graphe qui n'admet pas d'homomorphisme vers le cycle à 5 sommets C_5 .

Exercice 2 (8 pts)

Pour le graphe ci-dessous :

1. Lister toutes les cliques maximales.
2. Donner l'ordre de parcours des sommets et l'arbre produit par l'algorithme BFS puis DFS à partir du sommet A (on supposera que les voisins d'un sommet sont pris par ordre alphabétique).
3. Donner un ordre de coloration des sommets de ce graphe pour lequel l'algorithme glouton exécuté avec cet ordre **ne produit pas** une coloration optimale des sommets.
4. Lister toutes les paires de sommets (x, y) non adjacents du graphe en indiquant leur nombre de voisins communs $vc(x, y)$.
5. Quelle séquence de contraction de paires de sommets permet de conclure que le graphe est 3-coloriable ?



Tourner la page SVP

Exercice 3 (8 pts)

Soit le réseau ci-dessous, les valeurs sur les arcs représentant leur capacités.

1. En utilisant l'algorithme de Ford-Fulkerson, trouver le flot maximum entre s et t . La liste des chaînes augmentantes sera présentée en ordre décroissant des valeurs. Justifier la réponse en exhibant une coupe minimum.
2. Existe-t-il un flot maximum qui sature l'arc (d, e) ? Justifier.
3. Si maintenant les valeurs sur les arcs représentent leur coût, donner l'arbre des plus court chemins produit par l'algorithme de Dijkstra à partir du sommet s . Les étapes de l'algorithme seront représentées par un tableau montrant l'évolution des distances depuis s ainsi que le sommet choisi.
4. En oubliant l'orientation des arcs et en considérant les valeurs sur les arêtes comme des coûts, déterminer, à l'aide de l'algorithme de Kruskal, un arbre couvrant de poids minimum et indiquer l'ordre d'ajout des arêtes à l'arbre.

