

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ORDINAIRES

CONTRÔLE TERMINAL SECONDE SESSION

Durée : 1H50
Document autorisé : une feuille A4
recto-verso manuscrite blanche

Identification

Collez sur votre copie d'examen, et recopiez sur vos feuilles annexe et intercalaires éventuelles, dans les cases N° d'anonymat, le pseudonyme que vous avez tiré au sort en début d'épreuve.

Si vous utilisez des feuilles intercalaires, numérotez 1R le recto de la première et 1V son verso, 2R le recto de la deuxième et 2V son verso, etc...

Reportez, dans la case prévue à cet effet sur la copie double, le nombre d'intercalaires incluant la feuille annexe.

1 Questions de cours

1.1 Questionnaire simple

Donnez une réponse synthétique aux questions suivantes.

1.1.1 Quelle type de méthodes numériques permet de déterminer la valeur moyenne d'une fonction entre deux bornes?

15

1.1.2 À quelle méthode numérique ne relevant pas de l'intégration fait appel la méthode de ROMBERG?

1.1.3 Peut-on utiliser la fonction exponentielle dans le cadre d'une approximation linéaire?

20

1.1.4 Quelle est la condition d'existence d'une racine de la fonction $f(x)$ dans l'intervalle $[x_G, x_D]$?

1.1.5 Quel est l'intérêt de la méthode de décomposition LU sur la méthode de GAUSS?

25

1.1.6 Qu'est ce qui différencie la méthode des trapèzes de la méthode de SIMPSON?

1.1.7 Qu'est ce qui différencie l'interpolation de l'approximation?

1.1.8 À quel type de problèmes appartient l'"équation" $Ax = b$ où A est une matrice et x et b sont des vecteurs?

30

1.1.9 Pourquoi doit-on parfois intégrer numériquement une fonction?

1.1.10 Quelle norme régit le codage des nombres réels?

1.1.11 Quelles sont les limites du type *integer*?

1.1.12 Quel est l'usage de l'algorithme de NEVILLE?

1.1.13 Existe-t-il des méthodes analytiques de recherche des racines de polynômes à une inconnue de degré 7?

35

1.1.14 Dans quel domaine scientifique est utilisé le modèle SIR?

40

1.1.15 Quelle est la définition de l'*epsilon machine*?

1.2 Règle et crayon

Reportez, sur la feuille annexe, la représentation graphique du calcul, par la méthode des trapèzes, de l'intégrale de la fonction $f(x)$ entre les bornes x_G et x_D , avec une précision du carreau.

Quelle est la valeur, en carreaux, de cette intégrale?

2 Programmation

2.1 Pharmacocinétique : présentation

La pharmacocinétique est un domaine d'étude de la pharmacologie s'intéressant à l'évolution temporelle de la concentration C d'un médicament dans le sang.

Le modèle le plus commun considère :

- que le médicament est pris en une fois à l'instant initial et donnerait une concentration A_0 si son absorption par le tractus digestif était instantanée;
- la diffusion du médicament dans le sang suit une loi différentielle linéaire du premier ordre de paramètre k_1 ;
- l'élimination du médicament par métabolisation hépatique suit une loi différentielle linéaire du premier ordre de paramètre k_2 .

Ces considérations amènent à modéliser la concentration C sous la forme de l'équation différentielle :

$$\dot{C} = k_1 A_0 e^{-k_1 t} - k_2 C$$

2.2 Évolution de la concentration sanguine

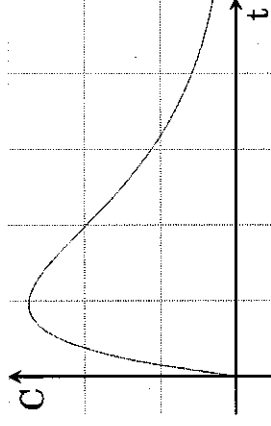
En supposant que l'équation différentielle ne possède pas de solution analytique, écrivez le programme C qui trace la courbe de la concentration d'un médicament dont les caractéristiques sont $A_0 = 250 \text{ mg L}^{-1}$, $k_1 = 1.83 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ et $k_2 = 300 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$.

2.3 Pic de concentration

L'équation différentielle précédente a pour solution analytique :

$$C = A_0 \frac{k_1}{k_1 - k_2} (e^{-k_2 t} - e^{-k_1 t})$$

Elle a pour forme générale :



- Quelle équation vous permettrait de déterminer l'instant du pic de concentration?
- **En supposant que cette équation ne possède pas de solution analytique**, écrivez le programme C permettant de calculer l'instant de ce pic.

2.4 Conception

Les caractéristiques pharmacologiques d'un médicament comprennent entre autres données :

- la durée séparant la prise du médicament du pic de concentration;
 - la durée de demi-vie, i.e. la durée au terme de laquelle la concentration vaut la moitié de la concentration du pic.
- Proposez une méthode pour déterminer les paramètres pertinents du modèle précédent.

Il n'est pas demandé de rédiger de programme.

75

80

85

90

45

50

55

60

65

70