

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ORDINAIRES

CONTRÔLE TERMINAL
PREMIÈRE SESSION

Durée : 1H50

Document autorisé : une feuille A4 recto-verso
manuscrite blanche

Identification

Collez sur votre copie d'examen, et recopiez sur vos feuilles annexe et intercalaires éventuelles, dans les cases N° d'anonymat, le pseudonyme que vous avez tiré au sort en début d'épreuve.

Si vous utilisez des feuilles intercalaires, numérotez 1R le recto de la première et 1V son verso, 2R le recto de la deuxième et 2V son verso, etc...

Reportez, dans la case prévue à cet effet sur la copie double, le nombre d'intercalaires sans compter la feuille annexe.

1 Questions de cours

1.1 Questionnaire simple

Donnez une réponse synthétique aux questions suivantes.

- 1.1.1 Qu'est ce que la matrice de JACOBI?
- 1.1.2 Qu'est ce qui différencie l'interpolation de l'approximation ?
- 1.1.3 Quelle est la formulation discrète de la méthode d'EULER pour la résolution des équations différentielles ordinaires ?
- 1.1.4 Dans quel domaine scientifique est utilisé le modèle SIR ?

1.1.5 Qu'est ce qui différencie la méthode des trapèzes de la méthode de SIMPSON ?

1.1.6 Quelle astuce algorithmique permet de réutiliser les calculs antérieurs lors des itérations de la méthode des trapèzes ?

1.1.7 Quelle est la définition de l'epsilon machine ?

1.1.8 À quelle méthode numérique ne relevant pas de l'intégration fait appel la méthode de ROMBERG ?

1.1.9 Quelles(s) méthode(s) numérique(s) permet(tent) de déterminer la valeur moyenne d'une fonction entre deux bornes ?

1.1.10 Quel est l'usage de l'algorithme de NEVILLE ?

1.1.11 Citez deux méthodes de résolution d'équations non linéaires.

1.1.12 Pourquoi doit-on parfois résoudre numériquement une équation différentielle ?

1.2 Règle et crayon

Reportez, sur la feuille annexe, les trois premières positions, notées X_F^1 , X_F^2 et X_F^3 , de la recherche du zéro de la fonction $f(x)$ par la méthode de la fausse position aussi nommée *regula falsi*.

2 Programmation

2.1 Que d'O₂, que d'O₂

On considère un réservoir de volume V occupé par N moles d'oxygène à la température T et la pression P .

Dans le modèle de VAN DER WAALS, l'équation d'état liant P , V , N et T s'écrit :

$$\left[P + a \left(\frac{N}{V} \right)^2 \right] (V - bN) = NRT$$

où a et b sont deux paramètres dépendants de la nature du gaz et R est la constante des gaz parfaits. Pour l'oxygène (O₂), $a = 138.2 \times 10^{-3} \text{ m}^6 \text{ Pa mol}^{-2}$ et $b = 31.86 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$. Par ailleurs, $R = 8.3144621 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

En considérant que l'équation précédente n'a pas de solution analytique, écrivez le programme permettant de déterminer le nombre de moles d'oxygène contenues dans le récipient.

2.2 Radioactivité

Dans un matériau radioactif, l'évolution du nombre n de noyaux radioactifs est modélisée par l'équation différentielle $\dot{n} = -kn$. Bien que n soit à priori entier, on peut néanmoins le considérer réel.

En supposant que la solution analytique de cette équation différentielle n'est pas connue, écrivez, en langage C, le programme radio qui affiche, au cours du temps, le nombre $n(t)$ de noyaux radioactifs. On pose $n(0) = N_0$, donnée du problème.

55

3 Conception

Un générateur électrique est doté d'un wattmètre capable d'enregistrer quatre fois par heure la puissance électrique fournie.

Proposez une démarche, mettant en œuvre vos connaissances en méthodes numériques, permettant de déterminer l'énergie électrique fournie par le générateur sur une période d'une journée. Améliorez cette démarche pour tenir compte de la méconnaissance de la puissance entre deux mesures.

Il n'est pas demandé de rédiger de programme.

60