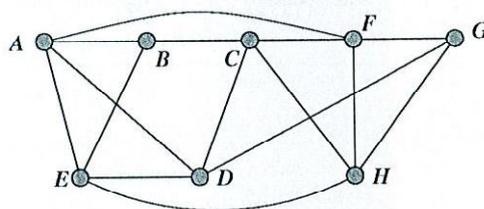


Durée 2h, tous documents autorisés
Sujet recto/verso, le barème est donné à titre indicatif

1. (10 pts) Pour le graphe ci-dessous :



- Donner sa matrice d'adjacence.
- Déterminer les paramètres degré maximum Δ , nombre de stabilité α , taille de la clique maximum ω .
- En déduire des encadrements pour son nombre chromatique χ , indice chromatique χ' et nombre chromatique total χ'' .
- Donner un ordre de coloration des sommets de ce graphe pour lequel l'algorithme glouton exécuté avec cet ordre **produit une coloration optimale** des sommets.
- Lister toutes les paires de sommets (x, y) non adjacents du graphe en indiquant leur nombre de voisins communs $vc(x, y)$.
- Quelle séquence de contraction de paires de sommets permet de conclure que le graphe est 3-coloriable? Dessiner l'arbre de Zykov correspondant.
- Donner l'arbre obtenu par l'algorithme de PRIM si les coûts sur les arêtes sont tels que définis ci-dessous. On indiquera l'ordre d'ajout des arêtes dans l'arbre.

AB	AD	AE	AF	BC	BE	CD	CF	CH	DE	DG	EH	FG	FH	GH
3	2	5	3	2	2	1	3	2	2	2	2	5	6	12

- Existe-t-il un homomorphisme de ce graphe vers le cycle à 5 sommets C_5 ? Justifier.
2. (10 pts) Soit le réseau ci-après.
- Le graphe orienté obtenu en supprimant les sommets s et t (et tous les arcs ayant pour origine ou extrémité un de ces deux sommets) est-il connexe? Fortement connexe? Justifier.
 - Donner l'arbre produit par l'algorithme BFS puis DFS exécuté à partir du sommet a , en tenant compte de l'orientation des arcs (on supposera que les voisins d'un sommet sont pris par ordre alphabétique).
 - Même question à partir du sommet s .

- (d) En utilisant l'algorithme de Ford-Fulkerson, trouver le trafic maximum entre les villes s et t . La liste des chaînes augmentantes sera présentée en ordre décroissant des valeurs.
- (e) Justifier la réponse en exhibant une coupe minimum.
- (f) Peut-on trouver un flot maximum qui sature l'arc fe ? Justifier.

