

EXAMEN

Relativité et mécanique analytique

Licence L2 Phys32,

2ème session, juin 2016

1) Répondre aux questions suivantes :

- (a) Décrire l'expérience de Michelson et Morley et l'interprétation des résultats observés.
- (b) Formuler les postulats de la théorie de la relativité restreinte.
- (c) Qu'est-ce qu'une transformation de Galilée? et une transformation de Lorentz?
- (d) Décrire la notion de temps propre et de dilation du temps.
- (e) Décrire la notion de longueur propre et de contraction de l'espace.
- (f) Définir la vitesse propre d'une particule.
- (g) Comment se transforme le quadrivecteur impulsion-énergie par rapport à un changement entre deux repères inertiels?

2) Deux particules se dirigent l'une vers l'autre avec des vitesses respectives $v_1 = 0.7c$ et $v_2 = -0.6c$ dans le référentiel du laboratoire. Déterminer la vitesse de l'une par rapport à l'autre, c'est à dire la vitesse de l'une dans le référentiel lié à l'autre.

Indication: Vitesse de la lumière $c = 3 \times 10^8$ m/s

3) (a) Montrer que pour un système Hamiltonien l'énergie est toujours conservée.

(b) On considère le mouvement d'une masse m soumise à une force de rappel harmonique, décrit par l'Hamiltonien $H = \frac{\vec{p}^2}{2m} - \gamma|\vec{x}|^2$, où \vec{x} est la position, \vec{p} l'impulsion, et γ une constante. Montrer que la composante $L_3 = x_1p_2 - x_2p_1$ du moment cinétique est une quantité conservée.

Indication: Utiliser les crochets de Poisson définis pour deux fonctions $A(\vec{p}, \vec{x})$ et $B(\vec{p}, \vec{x})$ quelconques par

$$\{A, B\} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial A}{\partial p_j} \frac{\partial B}{\partial x_j} - \frac{\partial B}{\partial p_j} \frac{\partial A}{\partial x_j}.$$

4) Dessiner le portrait de phase et donner une classification de tous les types d'orbites possibles pour les systèmes décrits par les Hamiltoniens suivants :

- (a) $H = p^2/(2m) + x + x^2$.
- (b) $H = p^2/(2m) - x^2$.
- (c) $H = p^2/(2m) - x^2 + x^4$.
- (d) $H = p^2/(2m) - x^2 + x^3$.
- (e) $H = p^2/(2m) + \sin(x)$.