

## Examen - Durée 2H - Session 2 - 2016

Université de Bourgogne - Licence 2 - Info43 - Dept IEM

Tous les documents sont autorisés

---

### Partie 1 (11 pts)

#### Exercice 1.1 (4 pts)

Trouver : (1) la série génératrice et (2) une forme close pour les suites :

$$(a) \quad a_n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ 3 & \text{si } n = 1 \\ 2a_{n-1} - a_{n-2} & \text{si } n > 1, \end{cases} \quad (b) \quad b_n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ 0 & \text{si } n = 1 \\ -4b_{n-2} & \text{si } n > 1. \end{cases}$$

#### Exercice 1.2 (3 pts)

En troisième année d'informatique, 100 étudiants suivent des cours en informatique, anglais et mathématiques.

Suite à une erreur, l'emploi du temps présente des conflits:

- 23 étudiants ont le cours d'informatique et anglais en même temps,
- 40 ont le cours d'informatique et mathématiques en même temps,
- 42 ont le cours d'anglais et mathématiques en même temps,
- 15 ont les trois cours en même temps.

Combien d'étudiants n'ont pas de conflit d'emploi du temps?

**Exercice 1.3 (4 pts)** Un enseignant en informatique doit répartir 3 séances de TP sur 6 jours.

1. (a) De combien de manières peut-il le faire s'il y a au plus un TP par jour?  
(b) Même question s'il n'y a pas deux TPs deux jours à la suite.
2. Mêmes questions pour le cas général :  $k$  séances et  $n$  jours.

### Partie 2 (9 pts)

**Exercice 2.1 :** (4 pts) Une relation  $\mathcal{R}$  sur l'ensemble des entiers relatifs  $Z$  est donnée par  $x\mathcal{R}y$  si et seulement si  $x^2 - y^2$  est divisible par 3. Démontrer que  $\mathcal{R}$  est une relation d'équivalence. Expliciter toutes les classes d'équivalences. En déduire l'ensemble quotient.

**Exercice 2.2 :** (5 pts) On considère la relation  $\mathcal{S}$  définie sur l'ensemble des couples  $(x, y)$  où  $x$  et  $y$  sont deux entiers strictement positifs:  $(x, y)\mathcal{S}(a, b)$  si et seulement si on a l'une au moins des deux propriétés suivantes (i)  $x = a$  et  $y$  divise  $b$ , ou bien (ii)  $x < a$ .

- 1) Est-ce une relation d'ordre?
- 2) Dessiner le diagramme de Hasse pour l'ensemble des couples  $(x, y)$  où  $1 \leq x \leq 4$  et  $1 \leq y \leq 4$ .
- 3) Est-ce un treillis? est-il distributif? est-ce une algèbre de Boole?
- 4) Donner les minima, maxima, minimaux et maximaux.