**UNIVERSITÉ BOURGOGNE FRANCHE-COMTÉ** **Année 2015-2016**
**U.F.R. Sciences et Techniques** 14 décembre 2015
**Licence 2e année - Mention Science de la matière**

# EPREUVE :

## Electromagnétisme - Phys 31

Durée : 2h00 — Documents non autorisés

### I Magnétostatique :

1. Ecrire le théorème d'Ampère sous sa forme (i) locale et (ii) intégrale.
2. Calculer le module de $\vec{B}$ créé à une distance $d$ par un fil infini parcouru par un courant $I$.
3. Ecrire la relation locale de conservation de la charge.

### II Electromagnétisme : Indice complexe d'une vapeur atomique

Une onde électromagnétique interagit avec une vapeur atomique. L'onde est une OPPSM de pulsation $\omega$, se propageant suivant $\vec{u}_z$ et polarisée suivant $\vec{u}_x$. En notation complexe, son champ s'écrit :

$$\vec{E} = E_0 \exp i(kz - \omega t)\vec{u}_x.$$

Chaque atome de la vapeur est décrit avec le modèle suivant : les électrons de masse $m$ et de charge $e$ sont liés aux noyaux, supposés fixes. Si $\vec{r}$ représente leur écart par rapport à une situation sans champ, la force de rappel exercée par le coeur (noyau + autres électrons) sur un électron perturbé par le champ est $\vec{F_{\mathrm{r}}} = -m\omega_0^2\vec{r}$, $\omega_0$ étant la pulsation d'absorption de la vapeur. L'électron est par ailleurs soumis à une force de frottement $\vec{F_{\mathrm{f}}} = -m\gamma\frac{d\vec{r}}{dt}$ traduisant son rayonnement où $\gamma$ est une constante. Il y a $N$ atomes par unité de volume.

La vitesse de l'électron étant petite devant la vitesse de la lumière $c$, on négligera la force que subissent les électrons due au champ magnétique de l'onde.

1. Partant de la relation fondamentale de la dynamique $m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \sum_i \vec{F_i}$, écrire l'équation du mouvement d'un électron soumis au champ $\vec{E}$ de pulsation $\omega$.
2. Déduire de l'équation précédente l'expression complexe de $\vec{r}$. Pour ce faire, on cherchera une solution sous la forme $\vec{r} = r_0 \exp i(kz - \omega t)\vec{u}_x$ avec $\vec{r_0}$ un vecteur constant.
3. Connaissant $\vec{r}$, donner l'expression du courant lié $\vec{j}_{\text{lié}} = Ne\frac{d\vec{r}}{dt}$ produit par le déplacement des $N$ électrons de charge $e$.
4. Ecrire les équations de Maxwell dans le cas général.
5. **Le milieu est électriquement neutre, il est non magnétique et ne possède pas de courant libre.** Etablir à l'aide des équations de Maxwell, l'équation de propagation de $\vec{E}$ dans la vapeur atomique.
6. Compte tenu de l'expression de $\vec{j}_{\text{lié}}$ déterminée en (3), déduire de l'équation de propagation la relation de dispersion que l'on mettra sous la forme $k^2 = n^2\frac{\omega^2}{c^2}$, $n$ définissant **l'indice de réfraction complexe** de la vapeur atomique dont on donnera l'expression sous la forme

$$n^2 = 1 + \frac{\Omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)}.$$

Donner l'expression de $\Omega^2$ en fonction de $N$, $e$, $m$ et $\epsilon_0$.

7. Exprimer le champ $\vec{E}$ en fonction des parties réelle $n'$ et imaginaire $n''$ de l'indice, définies par $n = n' + in''$. En déduire l'effet physique produit par chacun de ces termes. [1]
8. Calculer le champ magnétique $\vec{B}$ puis la moyenne temporelle du vecteur de Poynting $\vec{P} = \frac{Re(\vec{E}) \times Re(\vec{B})}{\mu_0}$ (avec $\times$ représentant un produit vectoriel et $Re$ la partie réelle des champs complexes). En déduire la distance $\delta$ sur laquelle l'intensité de l'onde est divisée par exp(1). Exprimer celle-ci en fonction de $c$, $n''$ et $\omega$.

1. Les questions 7 et 8 peuvent se traiter indépendamment des questions précédentes.